

Aplicaciones de Redes Profundas al Diseño de Mecanismos

Alvaro J. Riascos Villegas

Abril de 2026

Contenido

1 Aproximación de Funciones

2 Sector Eléctrico

Optimalidad

- El problema que queremos resolver es:

$$\max_{(Q, M): IC, IR} E \left[\sum_{i=1}^n M_i(t) \right]$$

- Relación con aprendizaje de máquinas:
 - 1 Ejemplos de t .
 - 2 No hay target.
 - 3 Hipótesis (Q, M) .
 - 4 Pérdida $-\sum_{i=1}^n M_i(t)$.
 - 5 Más restricciones de IC e IR.

- Supongamos que ahora hay $B = \{1, \dots, b\}$ bienes para vender.
- Cada individuo tiene una función de valoración, $t_i : 2^B \rightarrow \mathbf{R}$.
El conjunto de las funciones de valoración de i es T_i .
- Cada valoración es una realización de una distribución F_i en T_i .
- Un mecanismo es (Q, M) donde $Q = (Q_1, \dots, Q_n)$ son reglas de asignación, $Q_i : T \rightarrow 2^B$ y $M = (M_1, \dots, M_n)$ son funciones de pago, $M_i : T \rightarrow \mathbf{R}$ (posiblemente aleatorias).
- Los agentes reportan valoraciones (estratégicamente)
 $z = (z_1, \dots, z_n), z_i \in T_i$.
- **Obsérvese** que en esta sección estamos usando z , en vez de b como las ofertas que envían los agentes (i.e., mensajes).

Optimalidad: Problema aproximado

- Sean (Q^w, M^w) una parametrización de mecanismos.
- Una muestra de F_i , i.i.d de perfiles de valoraciones: $(z^{(1)}, \dots, z^{(L)})$.
- El problema es ahora:

$$\max_{(Q, M): IC, IR} \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n M_i^w(z^{(l)})$$

- Para hacer operativa la restricción de CI se propone usar el *regret* esperado:

$$rgt_i(w) = E \left[\max_{z_i} (u_i^w(t_i; (z_i, t_{-i})) - u_i^w(t_i; (t_i, t_{-i}))) \right]$$

el valor esperado se calcula con respecto a la distribución de todos los tipos t_i, t_{-i} .

Optimalidad: Problema aproximado

- Obsérvese que IC se cumple si y solo si $rgt_i(w) = 0$. Para ver esto, obsérvese que (i.e., la función que se maximiza es cero en $z_i = t_i$):

$$\max_{z_i} (u_i^w(t_i; (z_i, z_{-i})) - u_i^w(t_i; (t_i, z_{-i}))) \geq 0$$

luego,

$$E[\max_{z_i} (u_i^w(t_i; (z_i, t_{-i})) - u_i^w(t_i; (t_i, t_{-i})))] = 0$$

\leftrightarrow

$$\max_{z_i} (u_i^w(t_i; (z_i, z_{-i})) - u_i^w(t_i; (t_i, z_{-i}))) = 0$$

\leftrightarrow

$$u_i^w(t_i; (t_i, z_{-i})) - u_i^w(t_i; (t_i, z_{-i})) \leq 0$$

- En resumen, el problema de optimalidad aproximado es:

$$\max_w \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n M_i^w(z^{(l)})$$

s.a.

$$\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \max_{z_i} (u_i^w(z_i^{(l)}; (z_i, z_{-i}^{(l)})) - u_i^w(z_i^{(l)}; (z_i^{(l)}, z_{-i}^{(l)}))) = 0$$

- Donde la restricción es una forma de implementar IC.

- Supongamos valoraciones aditivas. En este caso:
 $Q : \mathbf{R}^{nb} \rightarrow [0, 1]^{nb}$ y $M : \mathbf{R}^{nb} \rightarrow \mathbf{R}$ (posiblemente aleatorios)
- Aproximación agnóstica: RegretNet
- Sea Q una red neuronal completamente conectada con 2 capas ocultas con 100 neuronas en cada capa y función de activación *tanh*.
- El input de la red son $z_{ij} \geq 0$ que representan la valoración para i del bien j .
- Las salidas (softmax) son $Q^w(z)_{i,j}$ probabilidades de asignación: $\sum_{i=1}^n Q^w(z)_{i,j} = 1$ para cada bien j .

- Sea M una red neuronal completamente conectada con 2 capas ocultas con 100 neuronas en cada capa y función de activación \tanh .
- El input de la red son $z_{ij} \geq 0$ que representan la valoración para i del bien j .
- Las salidas (sigmoid) son $M^w(z)_i$ el pago esperado del agente i .

RegretNet: Architettura

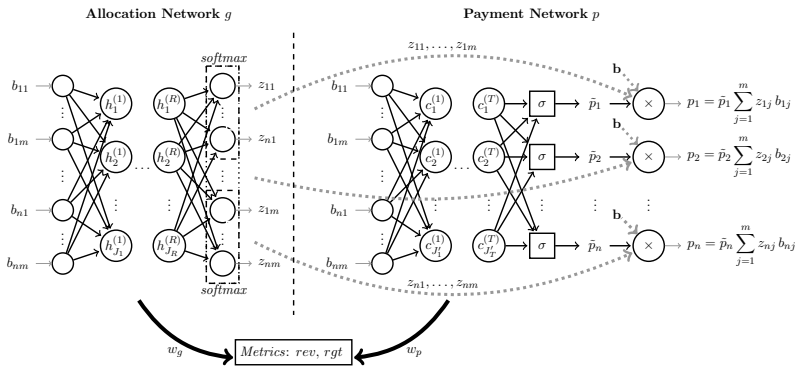


Fig. 1 REGRETNET: The allocation network g and payment network p for a setting with multiple bidders $(1, \dots, n)$ and multiple items $(1, \dots, m)$ (Dütting et al. 2019). The rev and rgt are defined as a function of the parameters of the allocation and payment networks $w = (w_g, w_p)$

RegretNet: Resultados de referencia 2 bienes 1 comprador

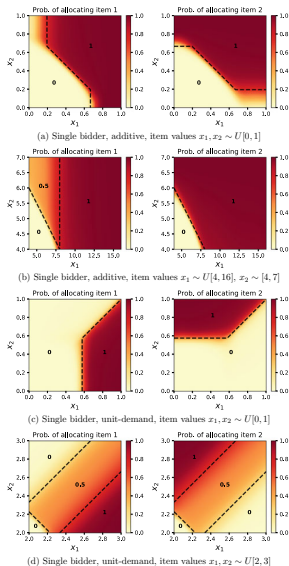
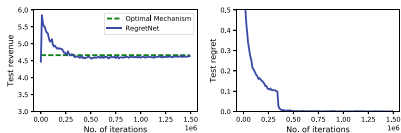
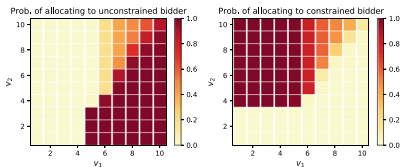


Fig. 2 A comparison of the allocation rules learned by REGRETNET to those of optimal auctions (Dütting et al. 2019). These are all single bidder environments. We plot the probability of allocating item 1 and item 2, as a function of the bidder's value on each item. The design of the optimal allocation rule is superimposed, with different allocation regions separated by dashed lines (the number in a region gives the probability the item is allocated in the optimal solution)

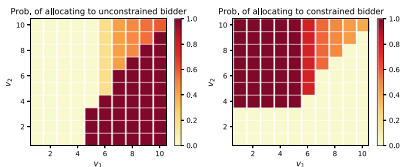
RegretNet: Restricción presupuestal



(a) Revenue and regret as a function of iteration count



(b) Learned allocation rule



(c) Optimal allocation rule

Fig. 4 REGRETNET (extended to handle private budgets) for a single item, two bidder auction, where bidder values $v_1, v_2 \sim \text{Unif}[1, 2, \dots, 10]$, bidder 1 is unconstrained, and bidder 2 has a budget of 4. (b) and (c) compare the trained allocation rule and the optimal allocation rule, illustrating the probability of assigning the item to each bidder for different values (v_1, v_2) . Based on based on Fig. 4 in Feng et al. (2018)

Contenido

1 Aproximación de Funciones

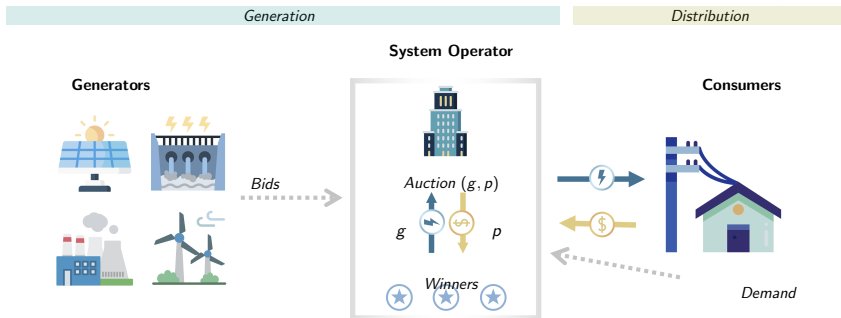
2 Sector Eléctrico

Motivación

- Mejorar el diseño del mercado eléctrico para proveer energía **asequible, confiable y limpia**.
- Planes del gobierno para integrar energía eólica y solar en Colombia
 - **Preocupaciones ambientales:** Reducir las emisiones de gases de efecto invernadero de la generación térmica.
 - **Estabilidad de precios:** Disminuir los elevados precios de electricidad durante períodos de reducidas precipitaciones.
 - **Eficiencia en costos:** Aumentar la generación eólica y solar para reducir los precios de electricidad.¹

¹Basado y modificado de Cepeda, Valentina Perez, Juan. (2026). Deep-learning-based optimal auction design in electricity markets. Energy Economics. 155.

Subastas de electricidad



Problema de diseño óptimo de subastas

- n generadores compiten por d_j unidades de electricidad a producir en cada franja horaria $j \in [m]$.
- Cada generador tiene (1) un costo unitario privado v_i (constante a lo largo del día) y (2) capacidades conocidas \bar{q}_{ij} para cada franja horaria j .
- Los perfiles de costo unitario $v = (v_i)_{i \in [n]}$ se extraen de $F = (F_i)_{i \in [n]}$, conocida por el operador del sistema (asumimos es una prior poco informativa).
- Los oferentes presentan una única oferta de precio unitario b_i para toda su generación.
- Dado el perfil de ofertas $b = (b_i)_{i \in [n]}$, una subasta (g, p) está caracterizada por una regla de asignación g y una regla de pago p .
- g_{ij} : número de unidades asignadas para la franja j . p_i : pago por la energía producida.

Ganancia de los generadores

- El generador con costo unitario v_i , bajo (g, p) ofrece b_i . Dado $b \in V$, la ganancia se define como

$$\pi_i(v_i, b) = \begin{cases} p_i(b) - C(g_i(b), v_i) & \text{si } g_{ij}(b) \leq \bar{q}_{ij} \quad \forall j \in [m] \\ -\infty & \text{en otro caso.} \end{cases},$$

donde $C(g_i(b), v_i) = \sum_{j=1}^m g_{ij}(b)v_i$.

Propiedades de la subasta óptima

- Racionalmente individual* (IR): Ofertar verazmente resulta en una ganancia no negativa (dentro de la RN)

$$\pi_i(v_i, (v_i, b_{-i})) \geq 0, \quad \forall i \in [n], v_i \in \mathcal{V}_i, b_{-i} \in \mathcal{V}_{-i}.$$

- Restricción de demanda* (DC): Satisface la demanda (dentro de la RN)

$$\sum_{i=1}^n g_{ij}(b) \geq d_j, \quad \forall j \in [m], b \in \mathcal{V}.$$

- *Compatible con incentivos en estrategias dominantes (DSIC):*
Incentiva a los generadores a reportar sus verdaderos costos unitarios
→ Arrepentimiento (rgt) = 0 en el problema de aprendizaje

$$\pi_i(v_i, (v_i, b_{-i})) \geq \pi_i(v_i, (b_i, b_{-i})), \quad \forall i \in [n], v_i \in \mathcal{V}_i, b_i \in \mathcal{V}_i, b_{-i} \in \mathcal{V}_{-i},$$

donde la condición de arrepentimiento cero se define como

$$rgt_i(w) = \mathbb{E}_{v \sim F} \left[\max_{v'_i \in \mathcal{V}_i} \gamma(\pi_i^w(v_i, (v'_i, v_{-i})) - \pi_i^w(v_i, (v_i, v_{-i}))) \right] = 0,$$

$$\text{y } \gamma = \prod_{j=1}^m \mathbf{1}(g_{ij}^w(v'_i, v_{-i}) \leq \bar{q}_{ij}).$$

- *Restricción de capacidad (CC)*: La regla de asignación asigna a los generadores como máximo su capacidad \rightarrow Penalización por restricción de capacidad (ccp) = 0 en el problema de aprendizaje

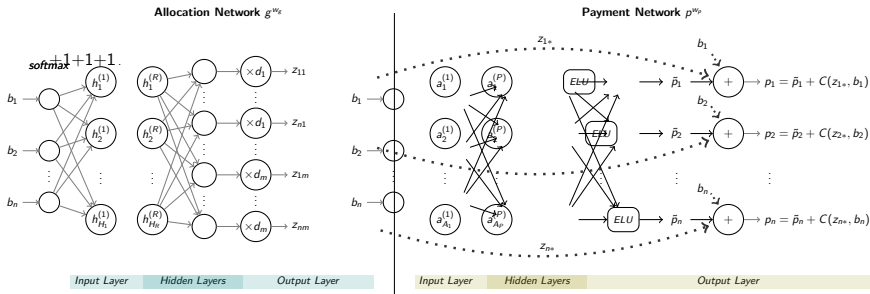
$$g_{ij}(b) \leq \bar{q}_{ij}, \quad \forall i \in [n], j \in [m], b \in \mathcal{V},$$

donde la condición de penalización cero por restricción de capacidad se define como

$$ccp_i(w) = \mathbb{E}_{v \sim F} \left[\sum_{j=1}^m \max \{ g_{ij}^w(v) - \bar{q}_{ij}, 0 \} \right] = 0, \quad \forall i \in [n].$$

Arquitectura del modelo

Red neuronal para codificar subastas de adquisición multi-unidad



$\tilde{p} \in [0, \infty)$ es la renta informacional

Problema de aprendizaje I

Minimizar los costos diarios de generación

$$\begin{aligned} \min_{w \in \mathbb{R}^r} \quad & \mathbb{E}_{v \sim F} \left[\sum_{i=1}^n p_i^w(v) \right] \\ \text{s.t.} \quad & rgt_i(w) = 0, \quad ccp_i(w) = 0, \quad \forall i \in [n] \end{aligned} \tag{1}$$

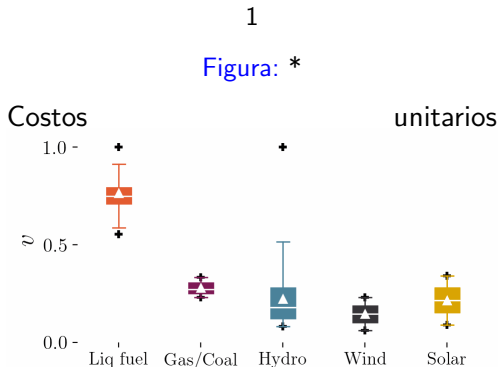
Experimentos con datos reales

- Datos del Mercado Eléctrico Colombiano en 2022
- *Limitaciones*: Escalar el modelo aumentando n y m incrementa el tiempo computacional.
- 2 franjas horarias:
 - Franja de baja demanda (1ª): 10pm-8am
 - Franja de alta demanda (2ª): 9am-9pm
- 5 tipos de generadores por fuente: Termoeléctrica a combustible líquido, termoeléctrica a gas/carbón, hidroeléctrica, eólica y solar.

Experimentos con datos reales

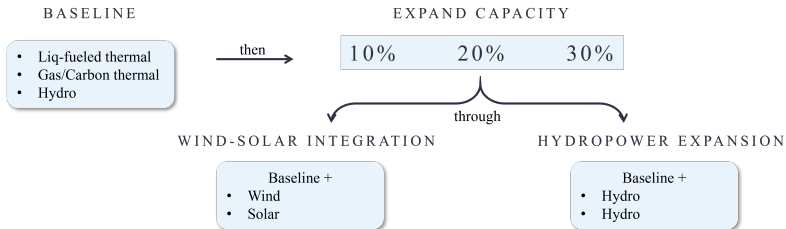
- Datos de costos unitarios de:
 - Térmica: costos de insumos usando una fórmula de ingeniería
 - Eólica y solar: costos nivelados de electricidad (LCOE) - costos promedio a lo largo de la vida útil del proyecto.
 - Hidroeléctrica: Mín. entre la oferta reportada y el precio en el diseño actual (*limitación*). Sin embargo, los costos promedio son comparables al LCOE de proyectos hidroeléctricos en Colombia.

- Los costos unitarios de los generadores hidroeléctricos tienen una distribución sesgada a la derecha: En Colombia, muchos embalses tienen baja capacidad de almacenamiento relativa a la capacidad de generación \Rightarrow altos costos de oportunidad durante períodos de bajas precipitaciones.



- \triangle denota la media. Los marcadores + indican valores máx/mín.

Resumen de experimentos



1

Desempeño en el conjunto de prueba

3-6	Expansión de capacidad 1-6	<i>cost</i>	<i>RegretNet</i>		
			<i>p95</i>	<i>rgt</i>	<i>ccp</i>
	0 %	0.9470	1.1170	<0.001	<0.001
Integración eólica-solar					
	10 %	0.7771	0.8774	<0.001	<0.001
	20 %	0.6265	0.7421	<0.001	<0.001
	30 %	0.5178	0.6426	<0.001	<0.001
Expansión hidroeléctrica					
	10 %	0.7855	0.9618	<0.001	<0.001
	20 %	0.6480	0.8081	<0.001	<0.001
	30 %	0.5458	0.7656	<0.001	<0.001

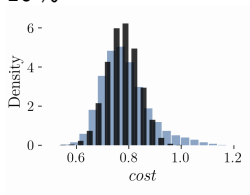
- I. Expandir la capacidad e incluir más generadores reduce los costos promedio.
- II. En comparación con la introducción de generadores hidroeléctricos adicionales, integrar energía eólica y solar reduce el percentil 95 de los costos en 8.8 %, 8.2 %, y 16.1 % según los niveles de expansión de capacidad.

Distribución de costos de generación

1

Figura: *

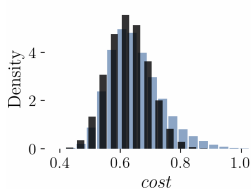
10 %



1

Figura: *

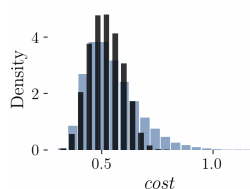
20 %



1

Figura: *

30 %



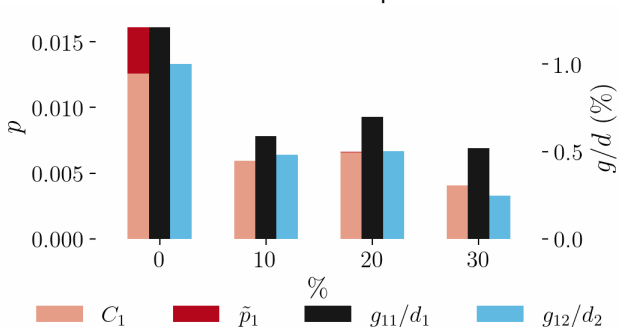
- Barras negras: Costos de generación en escenarios donde se introducen un generador eólico y uno solar.
- Barras azules: Costos de generación en escenarios donde se introducen dos generadores hidroeléctricos adicionales.

Pagos promedio y participación en la generación

0.42

Figura: *

Térmica comb. líquido



0.42

Figura: *

Conclusiones

- Se introdujeron características específicas de las subastas de electricidad para descubrir diseños óptimos mediante la extensión del marco *RegretNet*.
- El método propuesto recupera soluciones óptimas conocidas con alta precisión:
 - Errores de aproximación del nivel de costo óptimo $< 1\%$
 - Violaciones de restricciones $\leq 0,001$

Conclusiones

- Generalización fuera del entorno de entrenamiento:
 - Descubre subastas casi óptimas incorporando otras características: (1) demanda y capacidad inciertas, (2) costos correlacionados, (3) ofertas en múltiples franjas horarias, (4) subastas multi-parte.
 - Descubre diseños casi óptimos en entornos usando distribuciones estimadas a través de datos reales:
 - Integrar energía eólica y solar es marginalmente más efectivo para minimizar costos en comparación con expandir la hidroeléctrica.
 - Pero muestra reducciones considerables de 8.8 %, 8.2 %, y 16.1 % en el percentil 95 de los costos de generación con expansiones de capacidad de 10 %, 20 %, y 30 %, respectivamente.
 - Bajas violaciones de restricciones $\leq 0,001$.