

Código: _____

Complementaria: _____

Micro. Avanzada: Teoría de Juegos

Examen Final - Álvaro J. Riascos

18 de mayo de 2025

Pregunta	Puntos	Nota
Verdadero y Falso	30	
Información Imperfecta	30	
Subastas	30	
Ensayo 1	30	
Ensayo 2	30	
Total:	150	

**El parcial consta de 5 preguntas.
Sea claro en su argumentación,
proceso y notación.**

1. Verdadero y Falso

Para cada una de las siguientes afirmaciones responda si es falsa o verdadera y justifique brevemente su respuesta. La justificación es fundamental y hace parte de la calificación.

- (6 puntos) Aunque en general no se puede garantizar que $EN \subseteq W^\infty$, en un juego de 2 jugadores y 2 estrategias para cada jugador, la contención es necesariamente cierta.
- (6 puntos) En el juego de Gale, para un tablero finito de tamaño $n \times m$ (con $n > 1$ y $m > 1$), el agente que haga la primera movida tiene una estrategia para siempre ganar.
- (6 puntos) Para juegos repetidos, sea $v = (v_1, \dots, v_n) \in V$ tal que $v_i > \underline{v}_i$ para todo i . Entonces si δ es lo suficientemente pequeño, existe un equilibrio de Nash en $R^\delta(\pi)$ con pago v_i para cada i .
- (6 puntos) En juegos de información incompleta, una estrategia débilmente dominante, es aquella donde una única acción genere un pago mayor o igual a las demás acciones sin importar el tipo del jugador y las acciones de los otros jugadores.
- (6 puntos) En un juego de información incompleta no necesariamente todos los agentes tienen un set de información privada.

2. Información Imperfecta

Considere dos firmas homogéneas que compiten en cantidades produciendo un bien homogéneo. La demanda por el bien es de la forma $P = (a - bQ)$, donde $Q = q_1 + q_2$, y q_i son las cantidades producidas por la firma i . La firma 1 lleva mucho tiempo en el mercado, por lo que conoce con precisión el costo marginal de producción c , el cual es constante. Sin embargo, la firma 2 es nueva y desconoce c . Sin embargo, un estudio de mercado realizado previamente sugiere que c sigue una distribución exponencial $\exp(\lambda)$. Esto es, la función de densidad del costo marginal es:

$$f(c) = \lambda \exp(-\lambda c) \quad (1)$$

- (10 puntos) Escriba el espacio de tipos de cada firma. Intuitivamente, ¿en dónde está la información incompleta?
- (10 puntos) Encuentre el equilibrio de Bayes-Nash.

- (c) (10 puntos) ¿Cómo depende este equilibrio del parámetro λ ? En particular, asegúrese de explicar cómo este parámetro incide sobre las cantidades producidas por ambas firmas y sobre las cantidades totales en equilibrio.

3. Subastas

Como es habitual antes de un parcial, los complementarios de juegos se dispusieron a comprarles chocolates a sus estudiantes. Sin embargo, se toparon con tres dulcerías donde cada una vende dulces en un formato distinto.

Independientemente de la dulcería, cada complementario oferta por K chocolates homogéneos, tal que las ofertas ordenadas de mayor a menor son¹

$$\begin{cases} b_1 = (b_1^K, \dots, b_1^1) \\ b_2 = (b_2^K, \dots, b_2^1) \\ b_3 = (b_3^K, \dots, b_3^1) \\ b_4 = (b_4^K, \dots, b_4^1) \end{cases}$$

tal que

- $b_j^1 > b_{j-2}^K$ para $j = 3, 4$
 - $b_1^1 > b_4^K$
- (a) (7 puntos) En la dulcería A se realiza una subasta discriminatoria donde se ofrecen $2K$ chocolates. Calcule cuántos chocolates se lleva cada jugador y cuál es el pago que recibe la dulcería.
- (b) (7 puntos) En la dulcería B se realiza una subasta uniforme donde se ofrecen $2K$ chocolates, tal que se paga el precio de aquel jugador que se quedó por fuera. Calcule cuántos chocolates se lleva cada jugador y cuál es el pago que recibe la dulcería.
- (c) (7 puntos) En la dulcería C se realiza una subasta de Vickrey donde se ofrecen $2K$ chocolates. Calcule cuántos chocolates se lleva cada jugador y cuál es el pago que recibe la dulcería.

Dado el éxito de dar chocolates en los parciales para que los estudiantes se concentren, todos los complementarios de la facultad quieren llevar a cabo la misma estrategia. En particular, ahora hay J jugadores en cada subasta, con J par, donde cada uno hace K ofertas. Ordenadas de mayor a menor estas son de la forma

$$b_j = (b_j^K, \dots, b_j^1) \text{ para } j = 1, \dots, J$$

tal que

- $b_j^1 > b_{j-2}^K$ para $j = 3, \dots, J$
 - $b_1^1 > b_J^K$
- (d) (9 puntos) Bajo este nuevo esquema, y dado que en cada dulcería se subastan $\frac{J}{2} \cdot K$ chocolates, calcule para cada dulcería cuántos chocolates se lleva cada jugador y cuál es el pago que recibe cada dulcería.

¹Donde el subíndice denota el jugador y el superíndice denota la oferta.

4. Ensayo 1

Basado en la lectura enviada para este examen, escriba un ensayo corto en el cual:

1. (15 puntos) En menos de media pagina y usando un ejemplo numérico, explique cómo funciona la subasta que explica Varian en el video.
2. (15 puntos) Explique, con un ejemplo numérico, cómo la calidad de un aviso puede afectar lo que un oferente paga por el aviso.

5. Ensayo 2

Considere la siguiente tabla de la lectura *Ten Little Treasures*:

TABLE 6—BID FREQUENCIES (EQUILIBRIUM BIDS MARKED WITH AN ASTERISK*)					
(0, 2, 5) Treatment			(0, 3, 6) Treatment		
	Bid	Frequency		Bid	Frequency
Value = 0	0*	20	Value = 0	0*	17
Value = 2	1*	15	Value = 3	1*	5
	2	1		2	11
	3	0		3	2
Value = 5	1	1	Value = 6	1	0
	2*	5		2*	3
	3	6		3	4
	4	2		4	6
	5	0		5	1
	6	0		6	1

Estos son los resultados de dos tratamientos para subastar un objeto usando la subasta al primer precio. Cuando las verdaderas valoraciones son 0,2,5 (tratamiento 1) y 0,3,6 (tratamiento 2). En la tabla se puede observar la frecuencia de veces que los participantes respondieron. Por ejemplo, en el tratamiento 1, cuando la valoración es 2, 15 personas ofertaron 1; 1 ofertó 2 y ninguno ofertó 3. La estrella denota el equilibrio de Nash Bayesiano.

1. (15 puntos) Explique cuál es la diferencia principal en los resultados de los tratamientos y cómo se comparan contra los equilibrios en cada tratamiento.
2. (15 puntos) De lo estudiado en clase o con base en la lectura, ¿cómo podría usted explicar las diferencias entre los resultados de los dos tratamientos? Sea conciso en su respuesta.