Código: _____
Complementaria: _____

Micro. Avanzada: Teoría de Juegos
Examen Final - Álvaro J. Riascos
18 de mayo de 2025

1. (25 puntos) Responda Verdadero/Falso y justifique su respuesta:
 - (a) (5 puntos) Considere el juego de “piedra, papel o tijera”, pero en un juego NO simultáneo: J1 juega, luego J2 observa y juega. Escoja la afirmación verdadera (respuesta única)
 - La representación normal de este juego, particularmente la matriz de pagos, coincide con el caso cuando el juego es simultáneo. Entonces bajo estas reglas tampoco hay equilibrios de Nash en estrategias puras.
 - Con estas nuevas reglas, en estrategias puras, hay 3 equilibrios perfectos en subjuegos, pero que no son equilibrios de Nash.
 - Con estas nuevas reglas, solo hay equilibrios de Nash y equilibrios perfectos en subjuegos en estrategias mixtas.
 - Con estas nuevas reglas, en estrategias puras, hay 3 equilibrios perfectos en subjuegos, que además son equilibrios bayesianos débiles.
 - (b) (5 puntos) Un vendedor va a subastar un objeto entre dos agentes simétricos neutrales al riesgo. Un amigo del vendedor le recomienda plantear una estructura de subasta de primer precio ya que esta genera un mayor pago en valor esperado. Esta afirmación es (única respuesta):
 - Falsa, pues como la de segundo precio es reveladora de la verdad en equilibrio, genera más beneficio al subastador en valor esperado.
 - Verdadera, pues en una subasta de primer precio los agentes tienen incentivos a ofrecer más que su valoración privada.
 - Verdadera, pues es equivalente a la subasta holandesa y esta es la que genera mayor beneficio.
 - Falsa, pues si los agentes son simétricos y la estructura de información es independiente, el pago esperado para el subastador es el mismo en la subasta al primer precio y segundo precio.
 - (c) (5 puntos) Los mecanismos de compensación generan un nuevo equilibrio el cual siempre será eficiente en el sentido de Pareto.
 - (d) (5 puntos) Una de las características de los juegos de información incompleta es que todos los agentes con información privada tienen incentivos a no revelar dicha información.
 - (e) (5 puntos) La ventaja del mecanismo de Varian es que no demanda información como los otros mecanismos vistos en clase (Pigou/Coase).
2. (25 puntos) Suponga una subasta en la que dos agentes neutros al riesgo pujan por una pintura realizada por Bad Bunny. Ambos agentes valoran la pintura en $v_i = 1$. Recuerde que en caso de empate, el objeto se asignará aleatoriamente. La puja que realizan es libre pero para más estructura supondremos que $b_i \in [0, 1]$.
 - (a) Suponga que Bad Bunny decide realizar una subasta de segundo precio. Calcule el EN de este juego y el pago que recibiría Bad Bunny por su pintura.
 - (b) Suponga ahora que Bad Bunny decide realizar una subasta de primer precio. Calcule el EN de este juego y el pago que recibiría Bad Bunny por su pintura.

Suponga ahora que las valoraciones de los agentes son información privada y asignadas previamente por la naturaleza del conjunto $V = \{0, 1\}$ de acuerdo con la siguiente distribución de probabilidad conjunta:

$$\forall \hat{v}, \tilde{v} \in V : F(v_1 = \hat{v}, v_2 = \tilde{v}) = \frac{1}{4}$$

- (c) En una subasta de segundo precio. Calcule el pago esperado que recibiría Bad Bunny cuando se juega el EBN (Pujar su verdadera valoración).
- (d) Suponga que ahora Bad Bunny decide realizar un subasta de primer precio. Suponga que ambos jugadores siguen una estrategia conjunta en función de su valoración ($b_i = \beta(v_i)$) de la forma: $\beta(0) = 0$ y $\beta(1) = p$. Plantee el pago esperado de uno de los agentes (pago interim) para cada uno de sus tipos (Pista: Recuerde que en el pago interim cada jugador conoce su tipo y asume una distribución de probabilidad para los tipos del otro jugador).
- (e) Muestre que para cualquier $p \in [0, 1]$, la estrategia simétrica no es un EBN. (Pista: Para cuando se tiene una valoración $v_i = 1$ muestre que siempre existen incentivos a desviarse ya sea a $b_i = 0 + \epsilon$ o $b_i = p + \epsilon$).
3. (25 puntos) Considere una subasta de en la que $n + 1$ jugadores se disputan n espacios publicitarios. Cada espacio $j \in \{1, \dots, n\}$ tiene una tasa de clicks igual a r_j y cada jugador $i \in \{1, \dots, n + 1\}$ obtiene un beneficio por click igual a v_i . Supondremos que tanto las tasas como los retornos se encuentran ordenados descendientemente, de manera que $v_1 > v_2 > \dots > v_{n+1}$ y $r_1 > r_2 > \dots > r_n$. Para comenzar, suponga $n = 2$.
- (a) Encuentre la valoración que cada oferente da a cada opción. Puede expresarlo en términos generales.
- (b) Con lo anterior, construya el vector de valoraciones de cada oferente.
- (c) Construya el grafo que representa el juego.
- (d) Inicialmente, iguale todos los precios a 0. Muestre gráficamente cuál es el emparejamiento resultante.
- (e) Enfoquémonos en el caso del primer espacio publicitario. ¿Cuál debe ser el mínimo precio para que solo haya un jugador cuyo único emparejamiento corresponde a dicho espacio?
- (f) Replicando la lógica anterior, encuentre unos precios de equilibrio para cada espacio publicitario. Grafique el emparejamiento resultante. (Pista: recuerde ajustar todos los precios según sea necesario a medida que avance en su procedimiento)
- (g) ¿Cuáles son los precios por click que paga cada oferente?
4. (25 puntos) Con base en el vídeo de Hal Varian, responda las siguiente preguntas:
- (a) Explique de manera intuitiva si pujar su valoración es una estrategia dominante débilmente. (máximo 100 palabras)
- (b) Explique si el resultado de la subasta de Google es un óptimo de Pareto. (máximo 100 palabras)
- (c) En el vídeo Varian muestra el caso en el que se tiene más oferentes que espacios para publicitar. ¿Qué pasa con el ingreso esperado de Google cuándo una subasta tiene más espacios que oferentes? (máximo 100 palabras)