Microeconomía Avanzada: Teoría de Juegos (Examen Final)

Profesor: Alvaro J. Riascos Villegas

1 de marzo de 2013

Los estudiantes de maestría deben resolver las primeras cuatro preguntas. Los estudiantes de doctorado deben responder la pregunta 1, 2 y 5 y escoger una de las preguntas restantes.

1. (25 puntos). Para cada una de las siguientes preguntas determine si es falsa o verdadera y escriba una corta justificación de su respuesta. La nota depende de qué tan buena sea su justificación.

   a) Todo equilibrio correlacionado es un equilibrio de Nash en estrategias mixtas.

   b) Toda evaluación de un juego secuencialmente racional es un equilibrio de Nash.

   c) Considere el modelo estándar de subastas y específicamente la subasta al primer precio con precio de reserva. Por el teorema de equivalencia del ingreso esperado para el subastador, esta subasta genera los mismos ingresos esperados que los formatos estándar.

   d) Suponga que estamos bajos las hipotesis del modelo estándar de subastas. Considere la subasta al tercer precio. Esta es una subasta donde gana el que más oferta pero paga la tercer oferta más alta. Por el teorema de equivalencia del ingreso esperado para el subastador, esta subasta genera el mismo ingreso esperado para el subastador.

   e) En el problema del Rey Salomón, no existe un mecanismo que implementa en un equilibrio de Nash la función de elección social del Rey Salomón pero sí existe un mecanismo que implementa en estrategias dominantes débilmente la función de elección social.

   f) Todo equilibrio perfecto Bayesiano débil es un equilibrio de Nash.

   g) Todo equilibrio perfecto Bayesiano débil es un equilibrio perfecto en subjuegos. .

2. (25 puntos) Juegos dinámicos I. Considere el juego la figura abajo.

a) Calcular todos los equilibrios de Nash y los equilibrios perfectos en subjuegos en estrategias puras.

b) Mostrar que el equilibrio de Nash del numeral anterior (A, b, U) es un equilibrio perfecto Bayesiano débil (Ayuda: Defina un sistema de expectativas tal que (A, b, U) sea secuecialmente racional. Para esto obsérvese que solo es necesario tener cuidado con las expectativas del jugador 3 en su conjunto de información. Ahora, muestre que si el jugador 3 cree estar con una probababilidad suficientemente alta (superior a cierto umbral) en el nodo $\overline{x}$, entonces esta expectativa soporta el equilibrio como un equilibrio perfecto Bayesiano débil. Cuál es este umbral?).

c) Es este equilibrio perfecto Bayesiano débil del numeral anterior creíble?

d) Hay algún equilibrio créible?

3. (25 puntos) Emparejamiento. Considere un problema en que hay un número n de individuos que hay que asignarlos o objetos. A cada individuo debe asignarsele uno y solo un objeto ningun individuo tiene una dotación inicial de los objetos. Suponga que $o > n$. Suponga que mediante algun mecanismo (incluso aleatorio) se ha establecido un orden estricto de los agentes. Siendo el primero en este orden el individuo con mayor prioridad; el segundo, el segundo con mayor prioridad etc. Suponga que los individuos tienen preferencias estrictas por los objetos.

   Ahora considere el siguiete mecanismo de asignación denominado de *prioridad secuencial*. El individuo com mayor prioridad escoge su objeto preferido, el siguiente individuo con mayor prioridad escoge su objeto preferido entre los restantes, etc.

   a) Es esta regla de asignación eficiente en el sentido de Pareto?

   b) Si las preferencias por los objetos no fueran estrictas, es el mecanismo eficiente en el sentido de Pareto?

   c) Es esta regla de asignación no manipulable?

   d) Considere la siguiente propiedad denominada monotonicidad. Suponga que las preferencias de los indivudos están fijas y suponga que disminuye el conjunto de objetos que se pueden asignar entre los n individuos (habiendo aún suficientes para asignarle uno a cada individuo). La propiedad de monotonicidad afirma que ningun individuo se puede beneficiar de reducir el número de objetos para asignar utilizando el mecanismo de emparejamiento descrito anteriormente. Demuestre o de un contra ejemplo de que el mecanismo de prioridad secuencial satisface la propiedad de monotonicidad.

4. (25 puntos) Implementación. Considere el siguiente juego:

1\2	C	D
C	5,5	2,6
D	7,1	3,3

a) Calcular el equilibrio de Nash de este juego? Es este equilibrio eficiente?

b) Vamos a codificar las acciones de la siguiente forma: $x_i = 1$ si el agente i juega C y cero de lo contrario. Sea $u_i(x_1, x_2)$ la utilidad del agente i. Ahora considere el juego en dos etapas. En la primera etapa el agente 1 anuncia p_2^1 y el agente 2 anuncia p_1^2. En la segunda etapa cada agente escoge si juega C o juega D. Los pagos netos al final del juego los definimos como:

$$\pi_1 = u_1(x_1, x_2) - p_2^1 x_2 + p_1^2 x_1$$
$$\pi_2 = u_2(x_1, x_2) - p_1^2 x_1 + p_2^1 x_2$$

Calcular él o los equilibrios perfectos en subjuegos y mostrar que este mecanismo implementa la asignación eficiente del problema original.

5. (25 puntos) Juegos dinámicos II. Este ejercicio es una continuación del ejercicio número 2. Considere el juego de la figura abajo y las siguinete sucesión de estrategias de comportamiento para cada jugador.

El jugador 1, tiene la sucesión de estrategias $\gamma_k^1 = (1 - (1+\rho)\epsilon_k^1, \epsilon_k^1, \rho\epsilon_k^1)$ donde $k = 1, 2, ...$ y $\rho \in (0,1)$ y ϵ_k^1 es cualquier sucesión de números reales positivos tal que $\epsilon_k^1 \to 0$.

El jugador 2, tiene la sucesión de estrategias $\gamma_k^2 = (\epsilon_k^2, 1 - \epsilon_k^2)$ donde $k = 1, 2, ...$ y ϵ_k^2 es cualquier sucesión de números reales positivos tal que $\epsilon_k^2 \to 0$.

El jugador 3, tiene la sucesión de estrategias $\gamma_k^3 = (1 - \epsilon_k^3, \epsilon_k^3)$ donde $k = 1, 2, ...$ y ϵ_k^3 es cualquier sucesión de números reales positivos tal que $\epsilon_k^3 \to 0$.

a) Dada una estrategia comportamiento $(\gamma_k^1, \gamma_k^2, \gamma_k^2)$ tiene todos los conjuntos de información de todos los jugadores probabuilidad positiva de ser visitados con estas estrategias de comportamiento?

b) Mostrar que $(\gamma_k^1, \gamma_k^2, \gamma_k^2) \to (A, b, U)$

c) Usar la regla de Bayes para mostrar que para cada k el único sistema de expectativas consisten con la regla de Bayes es para el jugador 2, $p_2(x) = \frac{1}{1+\rho}$, $p_2(y) = 1 - \frac{1}{1+\rho}$ y para 3, $p_3(\overline{x}) = \epsilon_k^2$, $p_3(\overline{y}) = 1 - \epsilon_k^2$.

d) Muestre que las expectativas del numeral para el jugador 3 convergen a $p_3(\overline{x}) = 0$ y $p_3(\overline{y}) = 1$.

e) Es el resultado del item anterior consistente con las expectativas necesarias que debe tener el jugador 3 para que el equilibrio (A, b, U) sea un equilbrio perfecto Bayesiano débil?

f) Como intepreta usted este ejercicio?

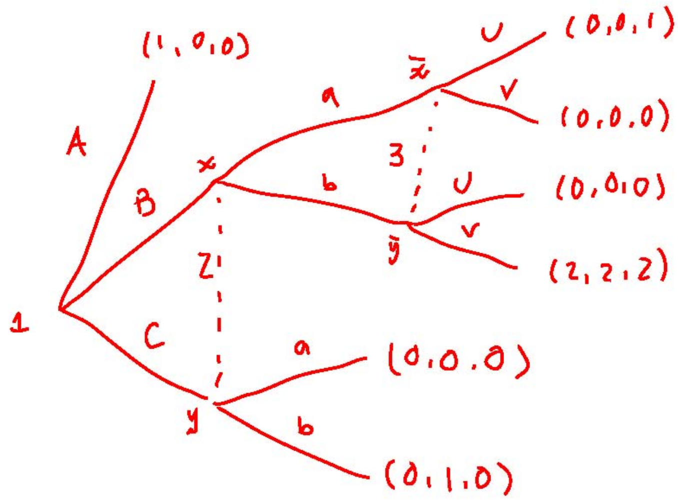

FIGURA H