

Capítulo 12

Aplicaciones juegos repetidos¹

12.1. Cournot con información perfecta

Esta aplicación² pone de manifiesto cómo un grupo de empresas puede sostener un cartel de forma tácita. Un arreglo colusivo se dice que es tácito si no se sustenta de forma explícita sino de forma no cooperativa como en los casos que se presentan en este capítulo. Tenemos n firmas que producen un bien homogéneo. Sea $F : R \rightarrow R$ la demanda agregada. Suponemos que satisface la ley de la demanda. La función inversa la denotamos por $P : R \rightarrow R$. Cada firma tiene una función de costos creciente $C_i : R_+ \rightarrow R_+$. Por simplicidad vamos a suponer que todas las firmas son homogéneas. El conjunto de estrategias de cada firma es el nivel de producción q_i . El pago neto $\Pi_i(q_i, q_{-i}) = P(Q)q_i - C_i(q_i)$, donde Q es la oferta total que suponemos se agota completamente en el mercado. Denotamos por x^c el producto de cada firma en el equilibrio de Nash simétrico del juego estático donde las firmas compiten a la Cournot.

Si las firmas pudieran coordinar creíblemente en un nivel de producción eficiente y simétrico, entonces ellas podrían resolver el problema de maximización de la suma de los beneficios de todas las firmas. Denotaremos este nivel de producción eficiente por x^m . Supongamos que la función de demanda inversa es lineal $P(Q) = \max\{0, M - dQ\}$, y los costos marginales son constantes e iguales a c . Entonces los niveles de producción respectivos son:

$$x^c = \frac{M - c}{(n + 1)d} \quad (12.1)$$

¹Riascos, A. Juegos Estratégicos y sus Aplicaciones. Versión 9, 2026.

²Basado en el capítulo 9 de Vega-Redondo (2003)

y

$$x^m = \frac{M - c}{2nd} \quad (12.2)$$

Obviamente, con más de dos firmas: $x^c > x^m$

Si las firmas anticipan que competirán durante un número finito de periodos, sabemos que no van a surgir arreglos colusivos creíbles: el único equilibrio perfecto en subjuegos es replicar el equilibrio del juego estático. Si anticipan que van a competir de forma indefinida y, si son lo suficientemente pacientes, estas pueden coordinar para sustentar el equilibrio eficiente x^m . En efecto, la estrategia: jugar siempre x^m excepto si alguien se ha desviado con anterioridad en cuyo caso se juega siempre x^c , es un equilibrio que implementa el pago simétrico de colusión perfecta. El problema con esta estrategia es que primero, en general el castigo de desviarse en algún periodo (hacia el equilibrio de Nash del juego estático) no tiene consecuencias cuantitativamente muy importantes y segundo, está sustentada en una amenaza de castigo excesivamente prolongado que no parecería muy razonable dado que los agentes tienen también una infinidad de tiempo para renegociar en caso de que esto suceda.

Otro tipo de estrategias que mitigan estos dos problemas (castigos más relevantes y más cortos) son las estrategias de garrote y zanahoria (Abreu (1986)). Estas estrategias consisten en escoger un nivel de producción lo suficientemente bajo para que tenga efectos importantes en el beneficio de las firmas (cuando todas producen esa cantidad). Llamamos este nivel, el nivel de producción de castigo y los denotamos por x^0 . La estrategia se define ahora así.

En el primer periodo todos juegan x^m . En cualquier otro periodo, si todos han jugado x^m , jugar x^m . Si todos en el periodo anterior se han castigado entonces retornar a x^m . Cualquier otro caso castigar. Se puede demostrar que esta estrategia soporta que todos los periodos las firmas jueguen x^m . Obsérvese que en este caso los castigos duran poco (pero potencialmente deben ser fuertes eligiendo adecuadamente x^0). En efecto, si alguna firma decide de forma unilateral desviarse en t , en $t + 2$ todas las firmas usaran la producción de castigo y, en $t + 1$, todas volverán a jugar el nivel eficiente x^m .

12.2. Modelo dinámico de colusión tácita

En esta sección se describe la aplicación de un juego repetido entre firmas en un mercado oligopólico importante de la economía colombiana (y en cualquier economía). Describiremos muy brevemente el modelo teórico como una forma de motivar el modelo empírico. El modelo teórico está basado en Green and Porter (1984) y su implementación está basada en el artículo clásico Porter (1983a). El objetivo principal de Green and Porter (1984) es estudiar la posibilidad y características de un arreglo colusivo tácito entre un grupo de firmas. Un arreglo colusivo se dice que es tácito si no se sustenta de forma explícita sino de forma no cooperativa, como los equilibrios estudiados anteriormente que se sustentan mediante amenazas de castigos fuertes para aquellos que se desvíen del equilibrio colusivo. Ahora, un arreglo colusivo tácito que tenga como consecuencia un equilibrio cercano al equilibrio monopolístico podríamos decir que es un caso de ejercicio de poder de mercado que genera pérdidas de bienestar para el consumidor más allá de las que se obtendrían en un equilibrio de Cournot.

En la teoría estudiada hasta este punto, los equilibrios colusivos tácitos se sustentan con amenazas de penalización para el que intente desviarse que actúan como mecanismo disciplinador pero, en efecto, en los datos no observamos el ejercicio del castigo. Por lo tanto, de acuerdo a los modelos desarrollados hasta este punto en caso de observarse niveles de producción o precios bajos esto podría interpretarse como una situación en la que los agentes están tomando acciones de retaliación por incumplimiento de los acuerdos tácitos dejando entrever la imposibilidad de sostener la situación colusiva. En el modelo de Green and Porter (1984) se racionaliza una forma de colusión tácita que es consistente con periodos de competencia monopolística y producción y cantidades relativamente bajas comparados con el resultado de un monopolio, y periodos de extracción máxima de rentas del consumidor con resultados similares a los del monopolio. Este resultado es importante porque pone en duda que la observación de precios bajos refleje un comportamiento autorregulador de las partes que sea inconsistente con un arreglo colusivo tácito.

12.2.1. El Modelo

Para racionalizar este comportamiento los autores estudian un modelo de competencia imperfecta con firmas heterogéneas que producen un bien homogéneo en presencia de choques agregados de demanda. Formalmente, su-

pongamos que tenemos N productores asimétricos en su tecnología, es decir, en su función de costos. En particular, el costo que enfrenta la firma i en el periodo t por producir q_{it} cantidades del bien homogéneo es:

$$C_i(q_{it}) = a_i q_{it}^\delta + F_i, \quad (12.3)$$

donde δ representa la elasticidad³ de los costos variables con respecto al producto, a_i denota el inverso de la productividad de la firma i y F_i son los costos fijos que enfrenta la firma en cada periodo.

Dado que el producto es homogéneo, se supone que en equilibrio todas las firmas fijan precios alrededor de un único precio promedio. Ahora, como vimos en capítulos anteriores, las acciones de la firma i bajo cualquier tipo de estructura competitiva pueden ser representadas por la siguiente expresión:

$$p_t (1 + \theta_{it}/\alpha_1) = MC_i(q_{it}), \quad (12.4)$$

donde $MC_i(\cdot)$ denota la función de costo marginal de la firma i . El término θ_{it} es conocido en la literatura como el parámetro de variación conjetural. El valor que tome este parámetro está determinado por el tipo de comportamiento competitivo que adopten las firmas en el mercado. Si se trata de un mercado competitivo, θ_{it} tenderá a cero. Si, en cambio, el mercado es mejor representado por un cartel o colusión tácita entre los productores, entonces θ_{it} deberá tender a 1.

En equilibrio, el precio promedio del mercado para el periodo t puede escribirse como la agregación ponderada de las ofertas individuales de las firmas:

$$p_t (1 + \theta_t/\alpha_1) = \sum_{i=1}^N s_{it} MC_i(q_{it}), \quad (12.5)$$

donde s_{it} es la participación de la firma i en el mercado y $\theta_t \equiv \sum_i s_{it} \theta_{it}$.

La función de demanda agregada en este mercado está representada por la siguiente ecuación:

$$\ln Q_t = \alpha_0 + \alpha_1 \ln p_t + \tilde{\alpha} \mathbf{x}_t + \varepsilon_t, \quad (12.6)$$

donde $Q_t \equiv \sum q_{it}$ es la demanda agregada y p_t es el precio del mercado en el periodo t . Por otra parte, \mathbf{x}_t es un vector de variables exógenas que potencialmente afectan la demanda observada por el econométrista; por ejemplo,

³Este parámetro debe ser mayor que uno para que exista un equilibrio.

la actividad económica, el mes del año, entre otros. El término de error econométrico, ε_t , representa todos los choques de demanda no observados en los datos.

Se sigue que, en equilibrio:

$$p_t (1 + \theta_t/\alpha_1) = DQ_t^{\delta-1} \quad \text{con} \quad D \equiv \delta \left(\sum_{i=1}^N a_i^{1/(1-\delta)} \right)^{1-\delta}. \quad (12.7)$$

Nótese que θ_t varía entre periodos. La intención de esta especificación es relajar el supuesto sobre el tipo de competencia o sobre cuánto poder de mercado ejercen las firmas ante diferentes circunstancias. En particular, Porter (1983b) argumenta que en el juego repetido el oligopolio tiende a alternar entre dos tipos de regímenes: cooperativos y no cooperativos. Durante periodos cooperativos las firmas fijan precios para maximizar los beneficios conjuntamente; mientras que en los no cooperativos las firmas fijan precios para maximizar únicamente sus propios beneficios. El argumento económico es que las firmas tienen incentivos a coordinar sus estrategias de precios cuando lo suma de los beneficios futuros de cada firma, durante un acuerdo prolongado, excede los beneficios que obtendría al momento de traicionar el acuerdo en un periodo más, aquellos asociados a periodos indefinidos de competencia. De acuerdo con Porter (1983a), los regímenes no cooperativos son respuesta a choques negativos en la demanda que derivan en un precio mucho menor al resultante del acuerdo en condiciones normales de mercado. Entonces, bajo información incompleta la ruptura parcial del acuerdo funciona como un castigo ante la sospecha de que la caída en los precios esté asociada a desviaciones unilaterales.

Luego, el grado de competencia en el mercado estará determinado por las conjeturas agregadas de las firmas sobre las estrategias de sus competidores, es decir, el parámetro de variación conjetural definido como:

$$\theta_t = \begin{cases} \theta_c, & \text{si } t \text{ es un periodo cooperativo} \\ \theta_{nc}, & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (12.8)$$

Ahora, para identificar periodos en lo que se actúa de forma cooperativa vs. periodos no cooperativos introducimos la variable I_t . Esta variable puede estar representada por políticas de precios, choque al mercado en consideración, entre otras. Entonces, la relación de oferta puede escribirse como:

$$\ln p_t = \beta_0 + \beta_1 \ln Q_t + \beta_2 I_t + \tilde{\beta} \mathbf{w}_t + \omega_t, \quad (12.9)$$

donde

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \ln D - \ln(1 + \theta_{nc}), \\ \beta_1 &= \delta - 1, \\ \beta_2 &= \ln(1 + \theta_{nc}/\alpha_1) - \ln(1 + \theta_c/\alpha_1).\end{aligned}$$

En este caso, \mathbf{w}_t es un vector $L \times 1$ de variables exógenas observadas por el econométrista que afectan los costos de producción; por ejemplo, precio de materiales, aranceles, etc. Por último, dada la condición de equilibrio se supone que el término de error ω_t está potencialmente correlacionado con el término de error de la demanda, ε_t .

Es importante mencionar que dada la especificación de la demanda no es posible identificar separadamente θ_{nc} de D . Entonces, es necesario hacer un supuesto sobre el tipo de competencia que existe en el mercado durante periodos no cooperativos. Porter (1983b) supone que el precio durante periodos de no cooperación es igual al de un mercado perfectamente competitivo, es decir, $\theta_{nc} = 0$. Una alternativa es suponer que, en periodos no cooperativos, los precios y cantidades despachadas observadas corresponden a un equilibrio tipo Cournot. En tal caso, θ_{nc} será igual al índice Herfindahl–Hirschman (HHI) del mercado.

Para estimar los parámetros del modelo cuando I_t no es observada por el econométrista, se supone que I_t es generada por una distribución Bernoulli:

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{con probabilidad } \lambda \\ 0, & \text{con probabilidad } 1 - \lambda \end{cases} \quad (12.10)$$

De acuerdo con Porter (1983b), la estimación de los parámetros puede representarse por un problema de regresión de ecuaciones simultáneas intermitentes; en este caso con 2 relaciones de oferta presentes en periodos diferentes y que se diferencian únicamente en el intercepto. El algoritmo de estimación es el propuesto por Kiefer (1980) y empleado a su vez en el estudio de Porter (1983a). Como esta estimación econométrica no es el foco de este libro, referimos al lector a los artículos mencionados y nos enfocamos en los resultados.

12.2.2. Resultados

Debido a la cantidad limitada de observaciones, es necesario elegir un criterio de eficiencia para definir los vectores de variables exógenas \mathbf{x}_t y \mathbf{w}_t . Para ello

se diseñó un algoritmo de selección cuyo objetivo es elegir el mejor modelo para explicar las siguientes ecuaciones en forma reducida para las cantidades y precios de equilibrio:

$$\ln Q_t = \gamma_0 + \gamma_x \mathbf{x}_t + \gamma_w \mathbf{w}_t \quad (12.11)$$

$$\ln P_t = \pi_0 + \pi_x \mathbf{x}_t + \pi_w \mathbf{w}_t \quad (12.12)$$

donde \mathbf{x}_t y \mathbf{w}_t corresponden a diferentes combinaciones de las variables disponibles en la base de datos. Entonces, se estiman (12.11) y (12.12) para diferentes definiciones de \mathbf{x}_t y \mathbf{w}_t y se elige la versión que minimiza el valor del criterio de información de Akaike.

De acuerdo con lo anterior, la mejor definición de \mathbf{x} incluye, además de la constante, las siguientes variables:

- CONS: crecimiento anual del consumo agregado
- ln PIB: Logaritmo natural del PIB trimestral a precios constantes de 2005
- DESEMP: tasa de desempleo nacional mensual

Asimismo, la mejor definición de \mathbf{w} incluye, además de la constante:

- ln MINES: Logaritmo natural de la producción minera agregada a precios constantes de 2005
- PBUILD: índice de precios del sector de construcción
- PMINES: índice de precios del sector minero
- ESMUN: variable indicadora para la entrada de competidores en 2012
- EVALLE: variable indicadora para la entrada de competidores en 2014
- EIMPO: variable indicadora para la entrada de importadores en 2011

En el los cuadros 1 y 2 se presentan los parámetros estimados del modelo correspondientes a la función de demanda (12.6) y relación de oferta (12.9), respectivamente. Los intervalos de confianza al 95 % son calculados siguiendo el método *bootstrap* empleado para muestras finitas. Una vez se cuenta con estimaciones consistentes de los parámetros, se procede a contrastar diferentes hipótesis sobre la naturaleza del mercado.

En primer lugar, los parámetros estimados de la ecuación de demanda (12.6) son todos del signo esperado, aunque el desempleo y el consumo no son estadísticamente significativos. En particular, el valor estimado para el coeficiente asociado con el precio es consistente con la hipótesis de que este mercado es en promedio inelástico. La elasticidad-precio de la demanda estimada es $\hat{\alpha}_1 = -0,434$, lo cual implica que aumentos del 1 % en el precio están en promedio asociados con una disminución en la demanda de no más del 0.44 %. Asimismo, la demanda responde positivamente ante el crecimiento económico, representado por el PIB.

En cuanto a la relación de oferta (12.9), tanto el coeficiente asociado el nivel de producción, como aquel que mide el relacionado con el cambio de régimen son significativos y del signo esperado. Específicamente, el valor estimado de β_1 implica que aumentos repentinos del 1 % en la producción están asociados en promedio con un incremento en el costo marginal promedio del 2.25 % ($\hat{\delta} = \hat{\beta}_1 + 1 = 2,25$). Esto es consistente con la intuición de que en este mercado la oferta es incapaz de cubrir en el corto plazo los excesos de demanda debido al alto costo de capacidad y, por tanto, tiende a frenar los auges en demanda incrementando más que proporcionalmente los precios de venta. Por otro lado, de acuerdo con el valor estimado de β_2 , se espera que el precio promedio del mercado sea 11 % más alto cuando existe cierta cooperación entre los productores al momento de definir sus precios. Otro aspecto que está significativamente correlacionado con la relación de oferta es la entrada de competidores. En particular, a partir de la entrada de nuevos productores, durante el año 2014 el precio promedio de la industria enfrentó una disminución permanente de casi un 24 %, con respecto al promedio en periodos pasados.

Cuadro 12.1: Coeficientes estimados para la demanda

	Estimado	IC 95 %
Constante	5,934*	[0.607 – 73.124]
ln P	-0,434*	[-5.542 – -0.001]
ln PIB	1,158*	[0.269 – 3.312]
DESEMP	-0,027	[-0.184 – 0.046]
CONS	0,995	[-0.482 – 5.311]

Nota: Estimación de la demanda del modelo de Porter (1983) en el mercado agregado. Intervalo de confianza al 95 % entre corchetes.

(***) $0,01 < p$, (**) $0,05 < p$, (*) $0,1 < p$

Cuadro 12.2: Coeficientes estimados para la oferta

	Estimado	IC 95 %
Constante	-4,907	[-10.71 - 12.366]
$\ln Q$	1,254*	[0.001 - 4.203]
I	0,113*	[0.001 - 0.448]
PBUILD	-0,003	[-0.053 - 0.018]
PMINES	-0,005	[-0.019 - 0.001]
ESMUN	0,063	[-0.1 - 0.419]
EVALLE	-0,237*	[-0.595 - -0.003]
EIMPO	-0,181	[-0.303 - 0.279]
\ln MINES	0,161	[-3.835 - 1.07]

Medición del poder de mercado

Dados los resultados de la estimación, el parámetro de variación conjetural se puede inferir a partir de la siguiente expresión:

$$\hat{\theta}_c = \hat{\alpha}_1 \times \left(\exp \left\{ -\hat{\beta}_2 + \ln(1 + \theta_{nc}/\hat{\alpha}_1) \right\} - 1 \right) \quad (12.13)$$

donde el valor de θ_{nc} se define de acuerdo con las siguientes estructuras:

- $\theta_{nc} = 0 \rightarrow$ Mercado perfectamente competitivo:

$$\hat{\theta}_c \approx 0,05, \quad IC_{95\%} = [0, 0,5]$$

- $\theta_{nc} = 0,3 \rightarrow$ Oligopolio con competencia a la Cournot:⁴

$$\hat{\theta}_c \approx 0,32, \quad IC_{95\%} = [0,27, 0,74]$$

En ambos casos, el valor estimado para θ_c sugiere que el poder de mercado que pueden ejercer los productores en este mercado no crece significativamente en periodos de cooperación o fijación de precios coordinada. En otras palabras, las condiciones del mercado no parecen ser las adecuadas para que un cartel fije precios de monopolio de forma eficiente.

Los valores estimados para α_1 , θ_c y $\{\hat{w}_t\}_{t=1}^T$ también nos permiten inferir el costo marginal promedio de la industria a partir de la ecuación (12.5). Las figuras 12.1 y 12.2 muestran la serie estimada para el costo marginal promedio⁵ para los casos con $\theta_{nc} = 0$ y $\theta_{nc} = HHI$, respectivamente.

⁴Se emplea $HHI = 0,3$ calculado para 2015-2016.

⁵Con su respectivo intervalo de confianza al 95 %.

Adicionalmente, en la figura 12.3 se compara la evolución del precio de mercado frente al costo marginal estimado suponiendo competencia a la Cournot en periodos no cooperativos. Los intervalos sombreados en gris indican periodos con alta probabilidad de cooperación entre las firmas. El margen precio-costo promedio implícito se muestra en la figura 12.4. El margen es otro indicador del poder de mercado de la industria ya que refleja el valor que las firmas pueden cobrar en promedio sobre lo que sería el precio de mercado más competitivo posible. Al comparar la evolución de este margen con la TRM promedio mensual, se puede apreciar que la industria ejerce menor poder de mercado en periodos en los cuales el peso colombiano se deprecia con respecto al dólar americano.

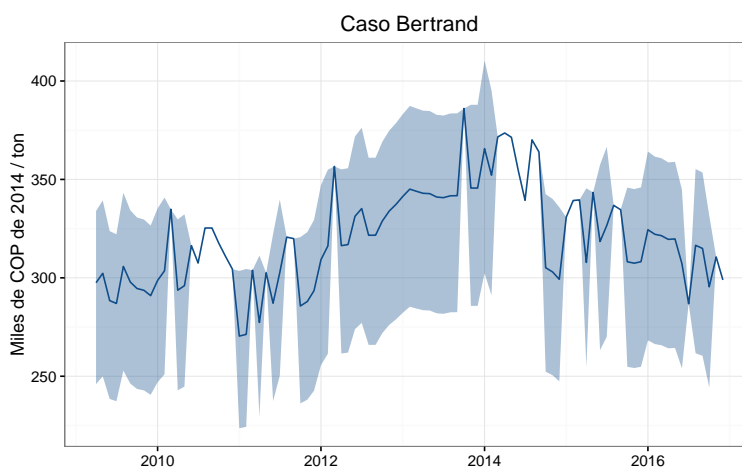


Figura 12.1: Costo marginal promedio estimado suponiendo competencia perfecta en periodos no cooperativos

Por otra parte, el valor estimado para la probabilidad de cooperación, $\hat{\lambda} = 0,64$, implica que existe una alta probabilidad de que las firmas productoras puedan coordinar precios en ciertos periodos de auge. No obstante, como se mencionó anteriormente, aunque sean frecuentes los periodos de coordinación, los valores estimados de θ_c sugieren que estos posibles acuerdos no generan un impacto substancial en los precios y cantidades del mercado.

De acuerdo con lo anterior, en la figura 12.5 se ilustra el precio de mercado observado en paralelo con el precio calculado para dos escenarios: suponiendo que nunca hubo cooperación y suponiendo que el hubo adhesión al cartel ejerciendo el poder de mercado implícito por $\hat{\theta}_c = 0,32$. Como se puede

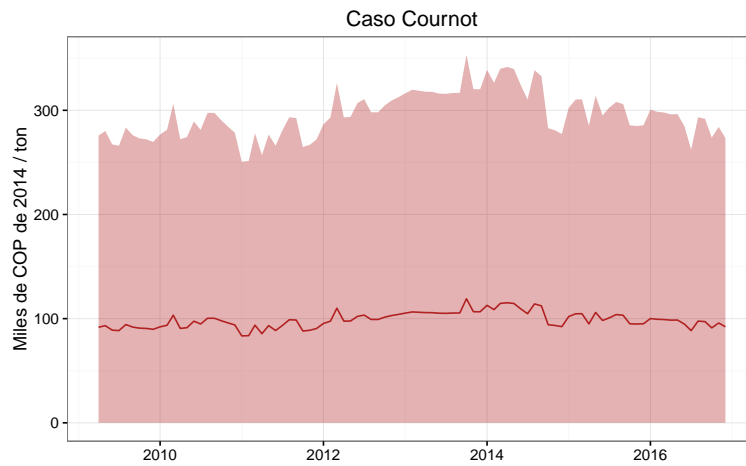


Figura 12.2: Costo marginal promedio estimado suponiendo competencia a la Cournot en periodos no cooperativos

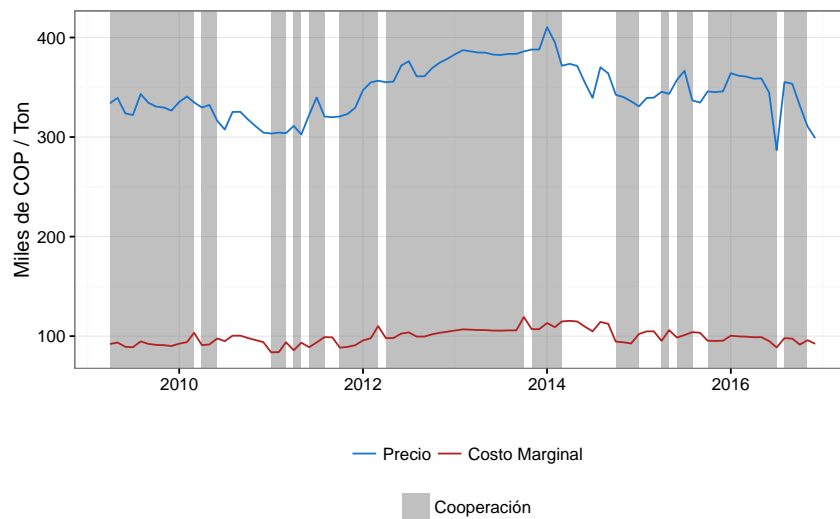


Figura 12.3: Precio de mercado frente a costo marginal promedio estimado suponiendo competencia a la Cournot en periodos no cooperativos

observar, la diferencia entre los precios para ambos escenarios contractuales no supera los 50 COP.

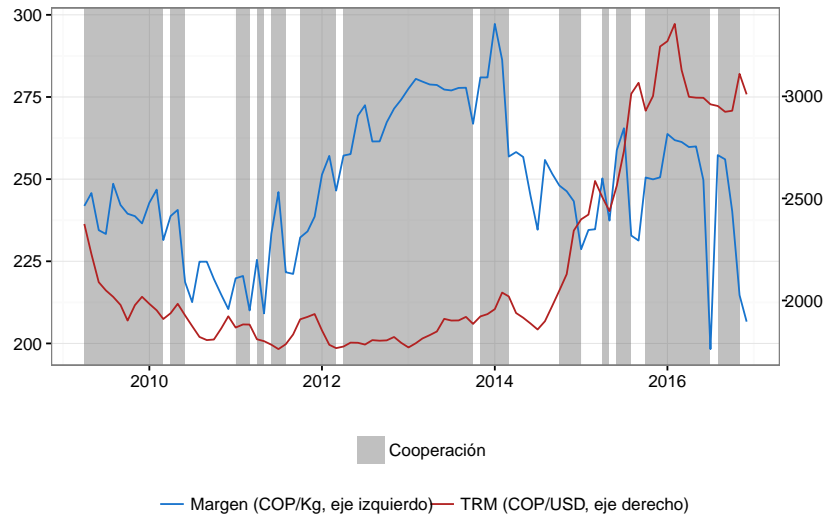


Figura 12.4: Evolución del margen precio-costo promedio estimado frente a TRM promedio mensual, suponiendo competencia a la Cournot en periodos no cooperativos

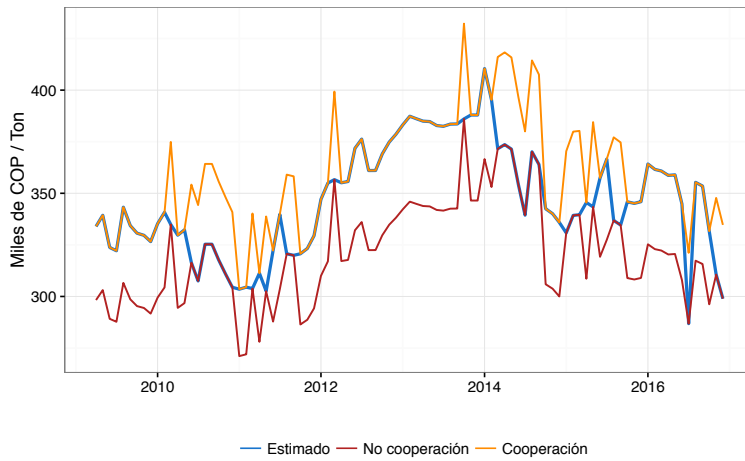


Figura 12.5: Precio observado frente a contrafactual competitivo y de adhesión a cartel, suponiendo competencia a la Cournot en periodos no cooperativos