

Mercados de Emparejamiento y Subastas de Avisos Publicitarios en Motores de Búsqueda

Alvaro J. Riascos Villegas

Mayo de 2022

Contenido

- 1 Emparejamiento y Subastas de Avisos Publicitarios en Motores de Búsqueda
- 2 Mercados de emparejamientos
- 3 Subastas de avisos publicitarios en motores de búsqueda
- 4 VCG
- 5 Subasta generalizada de segundo precio (GSP)

Introducción

- Basado en:
 - 1 Capítulos 10 y 15 de Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World.
 - 2 Position Auctions. Hal Varian, 2006. International Journal of Industrial Organization.
- Aplicación: Subastas de avisos publicitarios en motores de búsqueda.

Subastas de avisos publicitarios en motores de búsqueda

- Empresas ofertan por *keywords*: Costo por click y se conoce el *click through rate* de cada posición.
- Es un negocio de billones de dólares anuales. Constituye la mayor fuente de ingresos de Google.
- Dos ideas claves:
 - 1 Costo por click (CPC): es el valor que las firmas le pagan a Google cada que una persona entra al link de la empresa por una búsqueda de palabras claves. Depende de la posición en el resultado de la búsqueda.
 - 2 La posición en la que aparecen los links de cada empresa se determina en una subasta (depende de la oferta del CPC de las empresas).

Contenido

- 1 Emparejamiento y Subastas de Avisos Publicitarios en Motores de Búsqueda
- 2 **Mercados de emparejamientos**
- 3 Subastas de avisos publicitarios en motores de búsqueda
- 4 VCG
- 5 Subasta generalizada de segundo precio (GSP)

Mercados de emparejamientos

- Tres perspectivas:
 - 1 Mercados de emparejamientos: valoraciones binarias o discretas conocidas (suponemos que son las verdaderas).
 - 1 Mecanismo centralizado sin precios.
 - 2 Mercado descentralizado con precios.
 - 2 VCG (Vickrey): mecanismo para revelar verdaderas valoraciones.
 - 3 Subasta generalizada de segundo precio (Google, Yahoo).

Emparejamientos en grafos bipartitos

- Consideremos grafos bipartitos con el mismo número de nodos de cada clase.
 - ❶ Nodos: Dormitorios y estudiantes.
 - ❷ Enlaces: Dormitorios aceptables para cada estudiante (solo hay enlaces entre estudiantes y dormitorios).
- Un emparejamiento es perfecto si eliminando algunos enlaces se obtiene un grafo en el que cada par de nodos (uno de estudiantes y otro de dormitorios) quedan unidos por uno y solo un enlace.

Emparejamientos perfectos

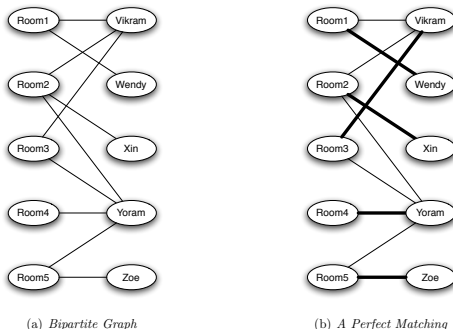
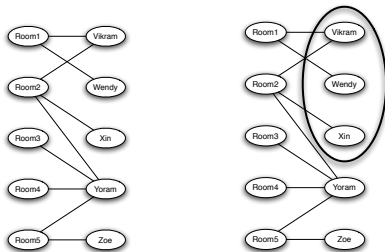


Figure 10.1: (a) An example of a bipartite graph. (b) A perfect matching in this graph, indicated via the dark edges.

Conjunto de nodos de estudiantes restringido

- Un conjunto de nodos de estudiantes es restringido si el conjunto de sus vecinos (nodos de que tiene por lo menos un enlace con ellos) es estrictamente menor que el numero de nodos del conjunto de estudiantes.



(a) Bipartite graph with no perfect matching

(b) A constricted set demonstrating there is no perfect matching

Figure 10.2: (a) A bipartite graph with no perfect matching. (b) A constricted set demonstrating there is no perfect matching.

- Teorema:** Un grafo bipartito tiene un emparejamiento perfecto si y solamente si no hay un conjunto de nodos restringidos.

Valoración discretas y asignaciones óptimas

- Considere el caso de propiedades y compradores. Suponga que cada agente tiene una valoración por cada una de las propiedades.
- Un emparejamiento es **óptimo** si es perfecto y maximiza la suma de las valoraciones.

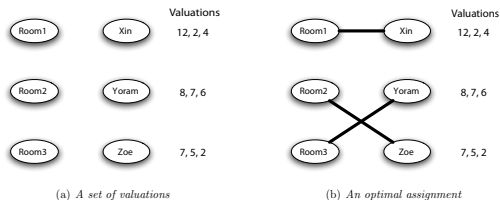


Figure 10.3: (a) A set of valuations. Each person's valuations for the objects appears as a list next to them. (b) An optimal assignment with respect to these valuations.

- El problema de emparejamiento perfecto es un caso particular de este (suponiendo que una propiedad solo puede tener un comprador). Basta considerar valoraciones uno a las propiedades aceptables y cero las demás.

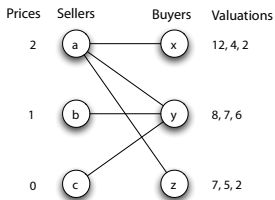
Grafo de vendedores preferidos

- Descentralización del problema.
- v_{ij} la valoración que j tiene de i . Si el precio de i es p_i el beneficio neto para j es: $v_{ij} - p_i$.
- Los agentes maximizan su beneficio neto. Esto define el grafo de los **vendedores preferidos** para cada comprador.
- El mercado de emparejamiento está en equilibrio si existe una asignación perfecta en la que cada agente está maximizando su beneficio neto (equivalentemente si existe una asignación tal que el emparejamiento resultante es **óptimo**).

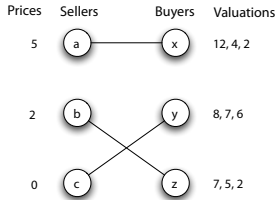
Precios y equilibrio



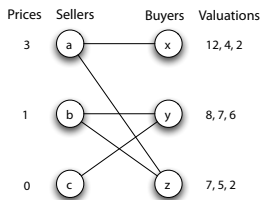
(a) Buyer Valuations



(c) Prices that Don't Clear the Market



(b) Market-Clearing Prices



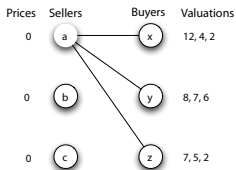
(d) Market-Clearing Prices (Tie-Breaking Required)

- Teorema: Para cualquier conjunto de valoraciones existe un precio de equilibrio.
- Las asignaciones resultantes son óptimas (obsérvese que en equilibrio se está maximizando el beneficio neto y por lo tanto la suma de las valoraciones).
- Cómo se encuentran estos precios de equilibrio?

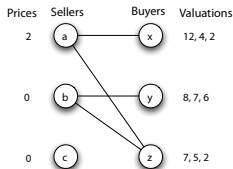
Precios y equilibrio: Subasta para descubrir precios de equilibrio

- Se comienza con precios cero para todas las casas.
- Se forma el grafo de los vendedores preferidos.
- Si este es un emparejamiento perfecto estos son precios de equilibrio.
- Si no es así existe un conjunto restringido de compradores S . Sea $N(S)$ sus vecinos.
- El resultado es que existe un exceso de demanda de $N(S)$.
- Los precios de cada $N(S)$ se incrementan en una unidad.
- Si en algún momento todos los precios son estrictamente positivos se sustrae el menor valor de todos para normalizar el menor valor a cero.

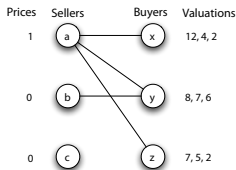
Precios y equilibrio: Subasta para descubrir precios de equilibrio



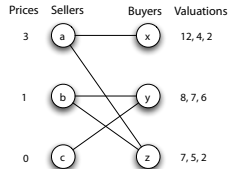
(a) Start of first round



(c) Start of third round



(b) Start of second round



(d) Start of fourth round

- La subasta inglesa es un caso particular.
- Si consideramos el caso de una unidad que debe ser vendida a varios compradores (subasta estándar de una unidad) esta se puede reducir a un problema de emparejamiento con varios vendedores ficticios que los compradores valoran en cero.
- **Ejercicio:** Mostrar que en este caso el mecanismo de formación de precios coincide con la subasta inglesa (i.e., segundo precio).

Contenido

- 1 Emparejamiento y Subastas de Avisos Publicitarios en Motores de Búsqueda
- 2 Mercados de emparejamientos
- 3 Subastas de avisos publicitarios en motores de búsqueda
- 4 VCG
- 5 Subasta generalizada de segundo precio (GSP)

Subastas de avisos publicitarios en motores de búsqueda

- Sea r_i el *click through rate* del aviso en posición i y v_j el beneficio esperado de un click para el anunciante j .
- Entonces $v_{ij} = r_i v_j$ es la valoración que j tiene del aviso i .
- Si el vendedor del espacio anuncia el precio p_i por el espacio i entonces este problema es formalmente el mismo al problema de emparejamiento estudiado anteriormente.

Subastas de avisos publicitarios en motores de búsqueda

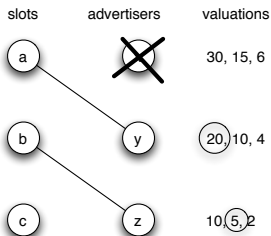
- Luego existe un vector de precios de equilibrio (el emparejamiento asociado es óptimo).
- Sin embargo, este vector de precios depende de que el subastador conozca las valoraciones (presumiblemente valoraciones privadas).

Contenido

- 1 Emparejamiento y Subastas de Avisos Publicitarios en Motores de Búsqueda
- 2 Mercados de emparejamientos
- 3 Subastas de avisos publicitarios en motores de búsqueda
- 4 VCG
- 5 Subasta generalizada de segundo precio (GSP)

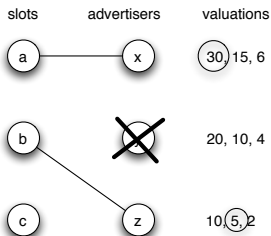
VCG

- Los agentes revelan sus valoraciones por cada espacio publicitario (no necesariamente sinceramente).
- Usando estas valoraciones el subastador hace una asignación óptima (que necesariamente maximiza la suma de las valoraciones del emparejamiento).
- Ahora cada agente paga según la externalidad que genera su participación.



If x weren't there, y would do better by $20 - 10 = 10$, and z would do better by $5 - 2 = 3$, for a total harm of 13.

(a) Determining how much better off y and z would be if x were not present



If y weren't there, x would be unaffected, and z would do better by $5 - 2 = 3$, for a total harm of 3.

(b) Determining how much better off x and z would be if y were not present

VCG vs. Vickrey en subastas de múltiples unidades

- Obsérvese que, a diferencia de las subastas de múltiples unidades, en esta subasta a cada agente se le da uno y solo un espacio.
- VCG es reveladora de la verdadera valoración en estrategias dominantes débilmente.

Contenido

- 1 Emparejamiento y Subastas de Avisos Publicitarios en Motores de Búsqueda
- 2 Mercados de emparejamientos
- 3 Subastas de avisos publicitarios en motores de búsqueda
- 4 VCG
- 5 Subasta generalizada de segundo precio (GSP)

Subasta generalizada de segundo precio

- Los anunciantes ofertan cuanto están dispuesto a pagar por click (una única oferta) por búsquedas de ciertas palabras claves.
- Se ordenan las ofertas de mayor a menor y de esa forma se asignan los espacios.
- Cada anunciante paga el costo de la oferta del anunciante inmediatamente debajo.
- GSP no es reveladora de las verdaderas disponibilidades a pagar por click.
- Tiene múltiples equilibrios de Nash y algunos no son óptimos.
- Sin embargo, existe por lo menos un equilibrio óptimo.

Subasta generalizada de segundo precio

Supongamos que hay tres espacios publicitarios para ser vendidos y tres compradores de ciertas palabras clave. Los espacios los denotamos por a, b, c y estos tienen *clickthrough rates* 10, 4 y 0 respectivamente. Denotamos los compradores por x, y, z y sus ganancias estimadas por click 7, 6 y 1 respectivamente.

- 1 Ilustrar como un grafo bipartito o problema de emparejamiento la información del problema.
- 2 Mostrar que ofertar la verdadera valoración no es un equilibrio cuando se usa la subasta generalizada de segundo precio GSP (i.e., si x reduce de forma unilateral su oferta a 5 mejora).
- 3 Mostrar que si los compradores ofertan 5, 4 y 2 respectivamente en la subasta GSP este es un equilibrio. Cuál es el ingreso del subastador?
- 4 Mostrar que si los compradores ofertan 3, 5 y 1 respectivamente en la subasta GSP este es un equilibrio. Cuál es el ingreso del subastador?
- 5 Cómo se comparan estos ingresos con los ingresos de usar el mecanismo VCG?