

Fundamentos Causalidad II

Alvaro J. Riascos Villegas

Julio de 2020

Contenido

1 Efectos Causales de Intervenciones

Ejemplo: Helados y Crimen

- Considere la representación gráfica:

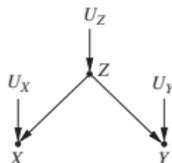


Figure 3.1 A graphical model representing the relationship between temperature (Z), ice cream sales (X), and crime rates (Y)

- Este gráfico refleja la relación probabilística entre las variables aleatoria.
- Condicionar a una variable es observar las demás solo cuando esa esta fija en cierto valor. No cambia el gráfico (i.e. cambiar la perspectiva para observar el mundo).

Ejemplo: Helados y Crimen

- Considere la representación gráfica:

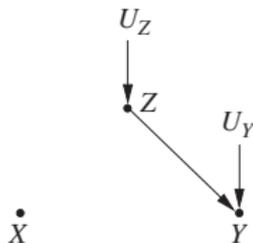


Figure 3.2 A graphical model representing an intervention on the model in Figure 3.1 that lowers ice cream sales

- Intervenir X consiste en fijar su valor independiente de todo lo que pueda afectarla. Cambia el gráfico (cambia el mundo).
- De este nuevo gráfico se deduce que intervenir X no tiene ningún efecto sobre Y .

Condicionar vs. Intervenir

- Condicionar es restringirse al estudio de los ejemplos o la parte de la población que tiene ciertas características.
- Intervenir es cambiar un valor de alguna variable para todo los ejemplos o población (i.e., una manipulación de la dependencia entre las variables).
- Para representar una condicional y diferenciarla de una intervención usamos la siguiente notación: $P(Y | X = x)$ y $P(Y | do(X = x))$.
- Suponemos que $P(Y | do(X = x)) = P_m(Y | X = x)$ donde P_m es la distribución de probabilidad del modelo gráfico manipulado.
- En muchas ocasiones (cuando X es binaria) estamos interesados en el efecto casual promedio:

$$P(Y = y | do(X = 1)) - P(Y = y | do(X = 0)) \quad (1)$$

- Consideremos el caso de la Paradoja de Simpson (i.e., primera versión).

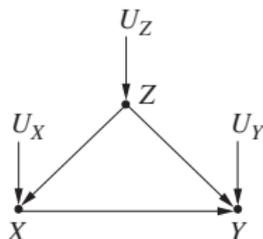


Figure 3.3 A graphical model representing the effects of a new drug, with Z representing gender, X standing for drug usage, and Y standing for recovery

- Si intervenimos $X = x$ se obtiene el nuevo diagrama.

- Intervención $X = x$.

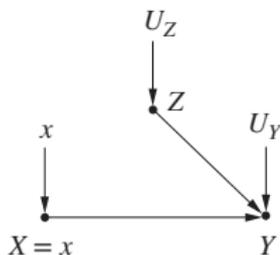


Figure 3.4 A modified graphical model representing an intervention on the model in Figure 3.3 that sets drug usage in the population, and results in the manipulated probability P_m

- Si suponemos que no existen efectos secundarios de la intervención sobre otras variables,
 $P_m(Y = y \mid Z = z, X = x) = P(Y = y \mid Z = z, X = x)$ y
 $P_m(Z = z) = P(Z = z)$ entonces podemos calcular el efecto causal $P(Y = y \mid do(X = x))$.

- $P(Y = y | do(X = x)) = P_m(Y = y | X = x)$ por definición.

$$P_m(Y = y | X = x) = \quad (2)$$

$$\sum_z P_m(Y = y | X = x, Z = z)P_m(Z = z | X = x) \quad (3)$$

$$= \sum_z P_m(Y = y | X = x, Z = z)P_m(Z = z) \quad (4)$$

$$= \sum_z P(Y = y | X = x, Z = z)P(Z = z) \quad (5)$$

- Esto se conoce como el ajuste por Z .

Example (Paradoja de Simpson I)

Sea $X = 1$ tomar la droga, $Y = 1$ recuperarse y $Z = 1$ ser hombre. Utilizando la tabla de frecuencias observadas:

$$P(Y = 1 \mid do(X = 1)) = 0,832 \quad (6)$$

$$P(Y = 1 \mid do(X = 0)) = 0,7818 \quad (7)$$

Luego $P(Y = 1 \mid do(X = 1)) - P(Y = 1 \mid do(X = 0)) = 0,0502$. Esto lo podemos interpretar como la diferencia en la fracción de las personas que se recuperan si todos toman la droga menos la fracción de los que se recuperan si nadie toma la droga.

- Obsérvese que de haberse conducido un experimento aleatorio controlado para conocer el efecto de la droga, el diagrama resultante sería como el diagrama intervenido.

Example (Paradoja de Simpson II)

En este caso una intervención no cambia el grafo (i.e., el grafo tendría la misma forma que si se hubiera hecho un experimento aleatorio controlado).

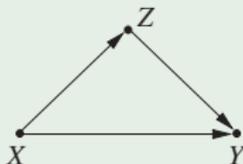


Figure 3.5 A graphical model representing the effects of a new drug, with X representing drug usage, Y representing recovery, and Z representing blood pressure (measured at the end of the study). Exogenous variables are not shown in the graph, implying that they are mutually independent

Como el grafo no cambia: $P(Y = y \mid do(X = x)) = P_m(Y = y \mid X = x) = P(Y = y \mid X = x)$, lo cual explica que se use las frecuencias condicionales (el efecto agregado observado).