Aplicaciones: Producción e Intercambio[1]

Alvaro J. Riascos Villegas

Agosto, 2023

[1] Economic Networks: Theory and Computation.Thomas J. Sargent, John Stachurski. 2022

Contenido

Análisis de Insumos - Productos

- La teoría de redes nos permite estudiar el impacto de choques de oferta y demanda a través de la economía.
- Consideremos una economía cerrada.
- Las firmas se dividen en n sectores y suponemos producen un único bien homogéneo.

Análisis de Insumos - Productos

- Matriz de producción.

	sector 1	sector 2	sector 3
sector 1	a_{11}	a_{12}	a_{13}
sector 2	a_{21}	a_{22}	a_{23}
sector 3	a_{31}	a_{32}	a_{33}

- Los coeficientes:

$$a_{ij} = \frac{\text{ventas del sector } i \text{ al sector } j}{\text{ventas totales de } j}.$$

- Si a_{ij} es grande es porque i es un proveedor importante de j.
- Al sumar sobre la columna j se obtiene el valor de los inputs del sector j como proporcion de las ventas de j.
- Al sumar sobre una fila i se obtiene qué tan importante es el input i para todos los sectores.

Análisis de Insumos - Productos

- La matriz de producción induce un grafo dirigido por pesos donde a_{ij} represent un enlace de i a j.
- $O(i)$ son los sectores a los que i les provee inputs. $I(i)$ son los sectores que le proveen un input a i.

Ejemplos de Redes: Relaciones de prodcucción sectoriales

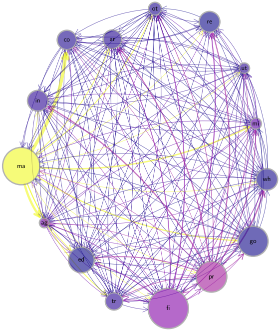

Figura: Relación entre sectores Estados Unidos: 15 sectores. El el grosor representa el peso a_{ij}. El tamaño de los vertices representa a la participacion del sector en las ventas de todos los sectores.

Ejemplos de Redes: Relaciones de prodcucción sectoriales

Cuadro: Códigos sectoriales para el caso de 15 sectores

Label	Sector
ag	Agriculture, forestry, fishing, and hunting
mi	Mining
ut	Utilities
co	Construction
ma	Manufacturing
wh	Wholesale trade
re	Retail trade
tr	Transportation and warehousing
in	Information
fi	Finance, insurance, real estate, rental, and leasing
pr	Professional and business services
ed	Educational services, health care, and social assistance
ar	Arts, entertainment, accommodation, and food services
ot	Other services, except government
go	Government

Equilibrio

- Sea z_{ij} las ventas del sector i al j y d_i la demanda final del sector i.
- Sea x_i la oferta total del sector i. Entonces, en equilibrio (oferta $=$ demanda):

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} z_{ij} + d_i, \tag{1}$$

- Ahora por definición $a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j}$ luego, la producción en equilibrio de cada sector satisface:

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + d_i \tag{2}$$

o

$$x = Ax + d. \tag{3}$$

Equilibrio

- Definimos el valor agregado del sector j como

$$v_j := x_j - \sum_{i=1}^{n} z_{ij}.$$

- Supongamos que:

$$\eta_j := \sum_{i=1}^{n} a_{ij} < 1 \quad \text{for all } j. \tag{4}$$

por ejemplo, esto ocurre cuando el valor agregado es estrictamente positivo en todos los sectores.

Equilibrio

Theorem

Si $\eta_j < 1$ para todo j y $d \geq 0$, entonces existe un único vector de oferta de equilibrio no negativo: $x^* = Ld$ donde $L = (I - A)^{-1}I$ se llama la inversa de Leontief.

Demostración.

La primera desgigualdad es un consecuencia de Perron - Frobenius: $r(A) \leq max_i\{\eta_i\} < 1$, luego por el lema de Neumann existe la inversa de Leontief y la no negatividad se sigue de la no negatividad de la matriz de producción y el lema de Neumann. $\square$

Choques de Demanda

- Suponemos $r(A) < 1$.
- Considere un choque de demanda Δd, entonces $d_1 = d_0 + \Delta d$.
- El vector de equilibrio cambia de $x_0 = Ld_0$ a $x_1 = Ld_1$ luego $\Delta x = L\Delta d$. Usando la representación de L como serie geométrica:

$$\Delta x = \Delta d + A(\Delta d) + A^2(\Delta d) + \cdots \tag{5}$$

Choques de Demanda

- Para entender esta ecuación primero obsérvese que el vector $(z_{i,j})_{i=1,\ldots,n}$ son los insumos utilizados de todos los sectores para producir x_j.
- Luego el vector $(a_{i,j})_{i=1,\ldots,n}$ (o la columna j de A) son los insumos necesario para producir una unidad del sector j.
- Se sigue que $(a_{i,j}\Delta d_j)_{i=1,\ldots,n}$ son los insumo necesarios para producir Δd_j unidades del sector j y $A(\Delta d)$ son los insumos necesarios para producir Δd.

Choques de Demanda

- Ahora es fácil intepretar la ecuación de equilibrio:

$$\Delta x = \Delta d + A(\Delta d) + A^2(\Delta d) + \cdots \tag{6}$$

  El nuevo vetor de equilibrio x es igual al impacto directo del choque de demanda Δd, más los insumos necesarios para producir Δd (i.e., $A(\Delta d)$) más los insumos necesarios para $A(\Delta d)$ (i.e, $A(A(\Delta d))$), etc.
- Esto racionaliza los efectos (*upstream*) del impacto de un choque de demanda.

Choques de Demanda

- Ahora es fácil intepretar la ecuación de equilibrio:

$$\Delta x = \Delta d + A(\Delta d) + A^2(\Delta d) + \cdots \tag{7}$$

  El nuevo vetor de equilibrio x es igual al impacto directo del choque de demanda Δd, más los insumos necesarios para producir Δd (i.e., $A(\Delta d)$) más los insumos necesarios para $A(\Delta d)$ (i.e, $A(A(\Delta d))$), etc.
- En resumen; como $L = \sum_{m \geq 0} A^m$, l_{ij} representa el impacto total en el sector i de de un cambio de una unidad en la demanda del sector j (después de considerar todos los efectos directos e indirectos).

Choques de Demanda

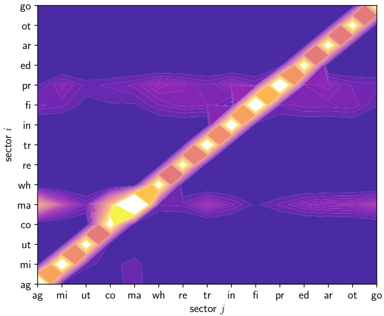

Figura: Inversa de Leontief (entre más amarillo mayor l_{ij})

- Por ejemplo un choque de demanda en la mayoría de los sectores (eje horizontal) impacta el sector de manufacturero, financiero y de servicios profesionales (en el eje vertical).

Choques de Demanda

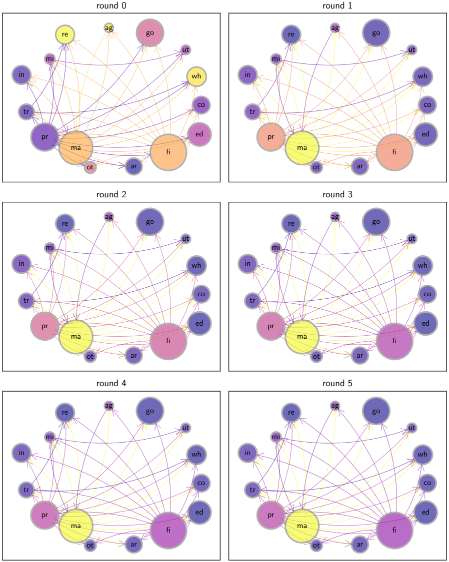

Figura: Choque aleatorio de demanda en varios sectores y su propagación. Colores más calientes representan choques mayores.

Choques de Demanda: Relación con centralidad de vectores propios

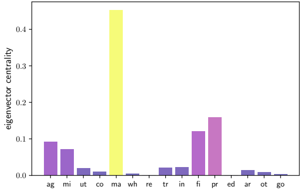

Figura: Centralidad de vectores propios de hub, red de sectores.

- Por el teorema de Perron-Frobenius:

$$A^m(\Delta d) \approx cr(A)^m e. \tag{8}$$

donde c es una constante y e, vector propio derecho de A (medida de centralidad de vectores propios de Hub).

Choques de Demanda: Multiplicadores de producción y centralidad de vectores propios

- El multiplicador μ_j de un sector j se define como el impacto total en todos los sectores de una unidad adicional de demanda en el sector j:

  $$\mu_j = \sum_{i=1}^{n} \ell_{ij} \qquad (j).$$

  o de forma equivalente:

  $$\mu = (I - A^T)^{-1} I \tag{9}$$

  lo cual refleja una medida de centralidad de autoridad de vectores propios.

Contenido

Centralidad basada en los precios de equilibrio

- La idea es definir una economía de intercambio donde cada nodo es un agente con dotación inicial de un bien. En equilibrio, los precios deben reflejar la centralidad de cada nodo (bien).
- Du, Lehrer, Pauzner. 2015. Competitive economy as a ranking device over networks. Games and Economic Behavior.

Centralidad basada en los precios de equilibrio

- Consideremos un grafo de orden n.
- Existen n individuos y n bienes de consumo.
- Cada nodo representa un agente y cada agente i tiene una unidad del bien de consumo i.
- Sea $O(i)$ el conjunto de enlaces de salida de i. Suponemos que cada agente tiene una función de utilidad de la forma: $u_i((x_i^j)_{j\in 0(i)})$, donde $(x_i^j)_{j\in 0(i)}$ es el consumo de bienes que poseen sus vecinos (sucesores).

Cuasi-Equilibrio

Definition

En una economía de intercambio inducida por un grafo dirigido, decimos que $x_i = (x_i^j) \in R^{O(i)}$, canasta de consumo y un precio $p \in R_+^n$ es un cuasi-equilibrio si:

1. Los agentes con ingreso positivo maximizan su función de utilidad.
2. La demanda es menor iguala la oferta.

Theorem

Existe un único cuasi-equilibrio p y, más aún, p_i es el prestigio de Katz de cada nodo del grafo.