

# PARCIAL I SUPLETORIO MICROECONOMÍA AVANZADA

1 de septiembre de 2009

1. Considere un juego simultáneo en el cual dos jugadores invierten en un proyecto. Cada jugador elige un nivel no negativo de inversión. Si el jugador  $i$  invierte  $x_i$  y el jugador  $j$  invierte  $x_j$  entonces el pago del jugador  $i$  es  $\theta_i x_i x_j - x_i^3$ . En este caso,  $\theta_i$  es privadamente conocido por el jugador  $i$  y el otro jugador cree que  $\theta_i$  es uniformemente distribuido sobre  $[0, 1]$ . Todo esto es de conocimiento común. Encuentre un equilibrio bayesiano de Nash simétrico en el cual la inversión del jugador  $i$  es de la forma  $x_i = a + b\sqrt{\theta_i}$ .

2. Dos jugadores están disputando un objeto. El valor del objeto para el jugador  $i$  es  $v_i > 0$ . El tiempo es modelado como una variable continua que empieza en cero y continúa indefinidamente. Cada jugador elige cuándo concederle el objeto al otro jugador; si un jugador concede el objeto en el período  $t$  el otro jugador lo obtiene en ese mismo momento. Si ambos jugadores conceden simultáneamente el objeto, entonces éste es repartido igualmente entre ellos, por lo cual, el jugador  $i$  recibe un pago de  $v_i/2$ . El tiempo es valorable; es decir, hasta la primera concesión, cada jugador pierde una unidad de pago por unidad de tiempo. Formule esta situación como un juego estratégico y muestre que en todo equilibrio de Nash uno de los jugadores concede el objeto inmediatamente.

3. Suponga un grupo de ciudadanos con el siguiente problema de contribución de un bien público: cada ciudadano obtiene un beneficio de 1 si el bien se provee; el costo de contribución es  $3/8$ ; y el bien se provee si al menos dos ciudadanos contribuyen. Los ciudadanos eligen simultáneamente si contribuyen o no, y los costos no son re-embolsados si el bien no se provee.

a) Suponga que hay 3 ciudadanos. Encuentre todos los equilibrios de Nash simétricos de este juego y compute la probabilidad de que el bien se provea en cada caso.

b) Repita la parte de a) para el caso en el que hay 4 ciudadanos.