10. Equilibrio general

10.1. Introducción

El padre del modelo de Equilibrio General (EG) es sin lugar a dudas Leon Walras (Francia, 1834-1910). Hijo de economista, Walras fue uno de los grandes exponentes de la tradición Marginalista, junto con W. Jevons y C. Menger. Además de la importancia metodológica de sus ideas, que fortalecieron el proceso de matematización de la ciencia económica, las primeras contribuciones de Walras sentaron gran parte del pensamiento económico moderno. Por una parte, fue Walras quien primero consideró de una manera sistemática el caso de múltiples mercados (con o sin producción). Además, fue él quien primero derivó (explícitamente) las curvas de demanda y oferta como solución a problemas de maximización, y quien introdujo el concepto de equilibrio como aquella situación en la que, en todos los mercados, oferta y demanda son iguales.

A pesar de que su proyecto académico era fundamentalmente de carácter normativo, en parte debido a su orientación socialista, Walras decidió que las primeras preguntas que debían responderse en torno a su modelo eran de carácter positivo. El primer problema que Walras atacó fue el de existencia. Su respuesta a esta pregunta fue simplista: la observación de que su modelo generaba un mismo número de incógnitas que de ecuaciones le sirvió de argumento para afirmar que la pregunta de la existencia del EG tenía una respuesta positiva. De la misma forma, Walras introdujo el concepto de tatonador o subastador, consistente en un agente artificial que se encargaba de ajustar los precios en la dirección que los excesos de demanda/oferta indicaran, y presumió que bajo este mecanismo el EG era estable.

Con estos aspectos positivos presuntamente resueltos, Walras procedió a abordar preguntas normativas como cuál debería ser la distribución de la riqueza y cómo era que ésta podía aumentarse.

Walras, para entonces profesor de Lausana, fracasó en su intento de popularizar sus ideas entre otros economistas y, de hecho, en la actualidad sólo su estudio positivo del problema de EG y su planteamiento del mismo son considerados aportes al desarrollo de la ciencia.

Cuando Walras decidió que era tiempo de abandonar su posición en Lausana, decidió también buscar alguien que lo reemplazara dentro del grupo de personas que habían sido receptivos de sus ideas. Uno de los corresponsales más habituales de Walras, un profesor italiano, le recomendó a un joven ingeniero con vocación matemática para la posición, se trataba de Wilfredo Pareto (noble italiano, nacido durante el exilio de su padre en Francia, 1848-1923).

A pesar de grandes diferencias ideológicas y personales, Walras decidió dejar a Pareto la posición y, él creía, el proyecto intelectual.

Fueron muchos los aportes de Pareto, y muy grandes las diferencias entre su enfoque y el de Walras, a pesar de que gran parte de la modelación fue similar. Un primer punto de partida fue que Pareto abandonó el utilitarismo, que hasta entonces había sido lugar común en el pensamiento económico y había estado implícito en las ideas normativas de Walras. Pareto pensó que uno podía deshacerse totalmente del concepto de función de utilidad, en tanto éste sólo constituye una representación del concepto relevante, las preferencias, las cuales, al no ser comparables interpersonalmente, dejan sin piso la teoría utilitarista.

Adicionalmente, como parte de su rechazo del utilitarismo, Pareto se apartó diametralmente del concepto de equilibrio que había defendido Walras. Para él, el equilibrio se obtenía en aquella situación en la que la tensión entre lo que los individuos desean y lo que es posible socialmente es plena en el sentido de que con los recursos disponibles mejorar la situación de un agente implicaría empeorar la de algún otro.

Pareto además fue quien planteó por primera vez el debate sobre implementación de resultados, con la idea de que, dado que el EG era simplemente la solución de un sistema de ecuaciones, un gobierno podía simplemente resolver el sistema de ecuaciones y calcular e imponer el equilibrio sin necesidad de pasar por el funcionamiento del mercado.

A pesar de su formación de ingeniero, gran parte de su trabajo se centró en un discurso lógico sin formalización matemática. Sin embargo, es también claro que sus resultados fueron obtenidos en gran parte gracias al aporte metodológico que vino con el concepto de curva de indiferencia, propuesto por un contemporáneo suyo, Francis Ysidro Edgeworth (oligarca irlandés/inglés - de madre catalana -, 1845-1926).

Ante la muerte de sus padres y sus seis hermanos, Edgeworth había recibido una herencia millonaria, la cual le permitió dedicarse al trabajo puramente académico, a pesar de enfrentar grandes dificultades para obtener una posición en alguna institución prestigiosa. Matemático autodidacta, sus primeros trabajos en economía fueron en la tradición normativa utilitarista, y condujeron a su definición de la curva de indiferencia social.

Además del enorme aporte metodológico que esto constituyó, Edgeworth tuvo además enormes contribuciones conceptuales. En primer lugar, él estudió el conjunto de resultados de intercambio a los que ningún individuo o grupo de individuos podía oponerse efectivamente, en el sentido de lograr una mejora para sí aislándose del intercambio. Su conjetura es que en una economía con un número muy alto de agentes, este conjunto se reducía a los resultados de equilibrio según la definición de Walras.

El trabajo de Edgeworth fue de muy lenta aceptación. El decidió incluso alejarse por un tiempo de la economía y, de hecho, hizo importantes contribuciones a la teoría de la probabilidad, cuando, finalmente y gracias a recomendaciones de algunos de sus críticos, le fueron ofrecidas una posición en Oxford y la posición de editor de una revista muy prestigiosa: The Economic Journal. De ahí, Edgeworth continuó contribuyendo al EG, en particular con algunos resultados que parecían paradójicos y fueron poco aceptados (aunque hoy es claro que eran correctos) y principalmente a los modelos de competencia imperfecta.

Edgeworth no estableció nunca una línea de investigación a seguir, y de hecho fueron pocos los economistas que se preocuparon por seguir desarrollando sus ideas. Notables excepciones fueron, como ya dije, Pareto, y además Irving Fisher (USA, 1867-1947).

Fisher, un economista de Yale, fue importante no sólo porque, siendo un gran formalizador matemático, expresó las ideas de Walras prácticamente como hoy las utilizamos, y porque, independientemente de Edgeworth, definió la curva de indiferencia (individual) como hoy lo hacemos, sino porque además dio una nueva, aunque indirecta, prueba de existencia, al ser el primer economista en preocuparse expresamente en el problema de computación del EG: Fisher creó una máquina hidráulica que encontraba correctamente el EG de economías de intercambio.

Entre la primera década del siglo XX y 1950, las grandes contribuciones a la teoría del EG se detuvieron. Esto cambió cuando, por coincidencia, llegaron a trabajar a la Cowles Commission en Chicago, Kenneth Arrow (Estados Unidos, 1921-aún vivo) y Gerard Debreu (Francia, 1921-aún vivo).

Arrow era un estadístico matemático, no particularmente orientado a la vida académica. Sin embargo, presionado por su asesor de tesis doctoral, él comenzó su carrera con dos contribuciones de gran trascendencia. En primer lugar, con su tesis Arrow derrumbó las bases del utilitarismo, cuando demostró que, bajo axiomas ciertamente plausibles, es imposible construir una función de bienestar social que agregue las preferencias individuales. En segundo lugar, ya trabajando en Cowles, Arrow demostró que las diferencias entre las ideas de Walras y aquellas de Pareto no eran tan relevantes como hasta entonces se había creído, en el sentido de que los enfoques de ellos dos eran fundamentalmente equivalentes. Específicamente, él demostró que cualquier equilibrio de Walras (bajo ciertos supuestos muy razonables en cuanto a los individuos) era también un equilibrio de Pareto y que cualquier equilibrio de Pareto podía implementarse como uno de Walras, por medio de una redistribución de los recursos.

Estos dos resultados, que corresponden a la parte más importante de la agenda de Pareto, se conocen hoy como los dos teoremas fundamentales de economía del bienestar. Coincidencialmente, los mismos resultados fueron descubiertos también en Cowles, de manera simultánea pero independiente, por Debreu.

Debreu, un matemático extraordinario por formación, y que también llegó a Cowles por sugerencia de su asesor de tesis doctoral, encontraba que los argumentos de existencia dados por Walras estaban lejos de ser satisfactorios. Al encontrarse en Cowles con Arrow, se formó el equipo que logró el que podría considerarse como el desarrollo más importante de la teoría económica en toda su historia: incorporando nuevos métodos matemáticos, en 1954 ellos demostraron que bajo ciertos supuestos poco controversiales, el equilibrio Walrasiano siempre existe (no sólo eso, sino que lo lograron hacer de una manera axiomática, que no necesitaba cálculo diferencial). Este hecho revolucionó la forma de hacer teoría económica: a partir de entonces, cuando un concepto de equilibrio es propuesto, su aceptación en la comunidad académica sólo puede lograrse cuando el problema de su existencia ha sido plenamente estudiado.

Pero la agenda de investigación de Arrow y Debreu no terminó aquí. Arrow estudió el problema de unicidad del equilibrio para demostrar que las condiciones que dicha unicidad requiere son extremadamente duras. Entre tanto, Debreu demostró que el equilibrio no tiene por qué ser localmente aislado ni estable. Por otra parte, él también demostró que el equilibrio casi siempre es localmente aislado y que hay un número finito de ellos.

Además, Debreu demostró que Edgeworth estaba en lo correcto cuando conjeturó que al incrementar el número de agentes, el conjunto de asignaciones a las que no se les presenta ninguna objeción converge al conjunto de equilibrios Walrasianos.

En síntesis, Arrow y Debreu asentaron definitivamente la teoría económica que surgió de la agenda de investigación de sus predecesores, al punto que el modelo Walrasiano también suele conocerse en la actualidad como el modelo de Arrow y Debreu. Adicionalmente ellos propusieron, de manera independiente, la generalización del modelo para hacerlo dinámico, e incorporaron aspectos de incertidumbre. Arrow ganó el premio Nobel en 1972 y Debreu lo hizo once años después. La parte central de este curso es el trabajo de Arrow y Debreu.

10.2. Economías de intercambio

En las primeras secciones estudiamos los elementos fundamentales de la teoría del consumidor y de la firma. En las próximas secciones nuestro objetivo será estudiar la forma como consumidores y firmas interactuan entre ellos. Sin embargo, es posible introducir las ideas principales si nos abstraemos momentáneamente de las firmas y el proceso productivo y pensamos en una economía como un conjunto de agentes donde cada uno tiene una serie de dotaciones iniciales de cada uno de los bienes de la economía. Al conjunto de consumidres dotados de una canasta de bienes iniciales lo denominaremos una economía de intercambio y es el primer paso que daremos hacia la construcción de la teoría del equilibrio general. Las preguntas fundamentales que nos haremos son:

- En una economía de intercambio; ¿Cómo se distribuyen la totalidad de los bienes entres los consumidores? Este es el problema de redistribución de la totalidad de los bienes o recursos de la economía.

- ¿Qué incentivos existen para el intercambio de bienes y qué instituciones median el intercambio? Este es el problema de la descripción completa del ambiente económico en el cual los consumidores interactuan. Esto incluye: arreglos institucionales (¿existen o no mercados para todos los bienes y cómo son?), el conjunto de información de los consumidores y cómo se comparan este entre ellos, etc.

- Existe alguna distribución de los bienes que deje satisfecho a todos los agentes y que no existan incentivos a desviarse de ella? Es decir; ¿Existe una distribución que podríamos llamar un equilibrio de la economía en el sentido que, una vez la distribución es la de equilibrio, ningún agente tiene un incentivo a desviarse.

- Cuáles son las propiedades de este equilibrio? Es único (el problema de la unicidad)? Es estable (el problema de la estabilidad)? Es eficiente socialmente? Como veremos, cada una de estas tiene implicaciones importantes sobre la distribución de los bienes, el papel del gobierno y la posibilidad de indentificar políticas adecuadas, etc.

Más formalmente, supongamos que existen I consumidores y denotamos el conjunto de consumidores por $\mathcal{I} = \{1, ...I\}$. Cada consumidor i esta caracterizado por una función de utilidad u^i que representa sus preferencias sobre el espacio de consumo $X = \mathbb{R}_+^L$ y una canasta o dotación inicial $w^i \in \mathbb{R}_+^L$ de los bienes de consumo. Es decir, las características del consumidor son la pareja $\left(u^i, w^i\right)$. Por simplicidad, vamos a suponer que las funciones de utilidad de los agentes representan preferencias neoclásicas.

Definición 15 *Una economía de intercambio es $\mathcal{E} = (\mathcal{I}, \left(u^i, w^i\right)_{i\in\mathcal{I}})$ donde $\mathcal{I}$ es el conjunto de agentes, u^i es una representación de las preferencias de cada consumidor y w^i son las dotaciones iniciales.*

Denotamos por $w = \sum_{i=1}^{I} w^i$ la totalidad de los recursos de la economía. Una *distribución* de recursos es un vector de canastas de consumo, uno para cada consumidor, $x = (x^1, x^2, ..., x^I)$ y $x^i \in \mathbb{R}_+^L$. Por simplicidad, denotaremos la distribución de recursos por $x \in \mathbb{R}_+^{IL}$. Decimos que una distribución de recursos x es *factible* en la economía $\mathcal{E}$ si $\sum_{i=1}^{I} x^i = w$. En este caso también decimos que $x \in \mathbb{R}_+^{IL}$ es una *redistribución* de los recursos de la economía $\mathcal{E}$.

Para fijar ideas, siempre que pensemos en una economía de intercambio pensemos en un conjunto de personas que son abandonadas en una isla desierta a la cual cada uno lleva una maleta con todos los elementos necesarios para sobrevivir durante un día. La isla no tiene árboles frutales ni ningún elemento deseable por sus visitantes.

10.3. El análisis de Pareto (eficiencia)

La primera pregunta que nos vamos a plantear tiene origen en las ideas de Pareto. Supongamos que no existe ninguna institución mediadora del intercambio, los consumidores no se relacionan con los demás ni tienen conocimiento alguno sobre sus preferencias. Supongamos que existe un agente externo a la economía que en ocasiones llamaremos el planificador central, que recoge la totalidad de las dotaciones de los consumidores y se pregunta cual es la mejor forma de redistribuir los recursos totales de la economía. La palabra clave aqui es, qué queremos decir por mejor. Para Pareto, la noción de mejor es la noción que quizás todos coincidiríamos en que es lo mínimo que deberiamos de esperar de una redistirbución de los recursos. Esto es, *que no exista ninguna otra forma de redistribuir que, sin emperorar a ningún consumidor, mejore a por lo menos uno.* Esta noción de lo que es mejor es lo que en la actualidad llamamos de *eficiencia de Pareto (* o también *óptimo de Pareto).*

Definición 16 (Eficiencia de Pareto) *Sea $\mathcal{E}$ una economía. Decimos que un redistribución de recursos $x = (x^1, x^2, ..., x^I)$ es eficiente en el sentido de Pareto (o es una asignación de Pareto) si no existe otra redistribución de recursos $\widehat{x} = (\widehat{x}^1, \widehat{x}^2, ..., \widehat{x}^I)$ tal que para todo agente i, $u^i(\widehat{x}^i) \geq u^i(x^i)$ y para al menos un agente i^*, $u^{i^*}(\widehat{x}^{i^*}) > u^{i^*}(x^{i^*})$.*

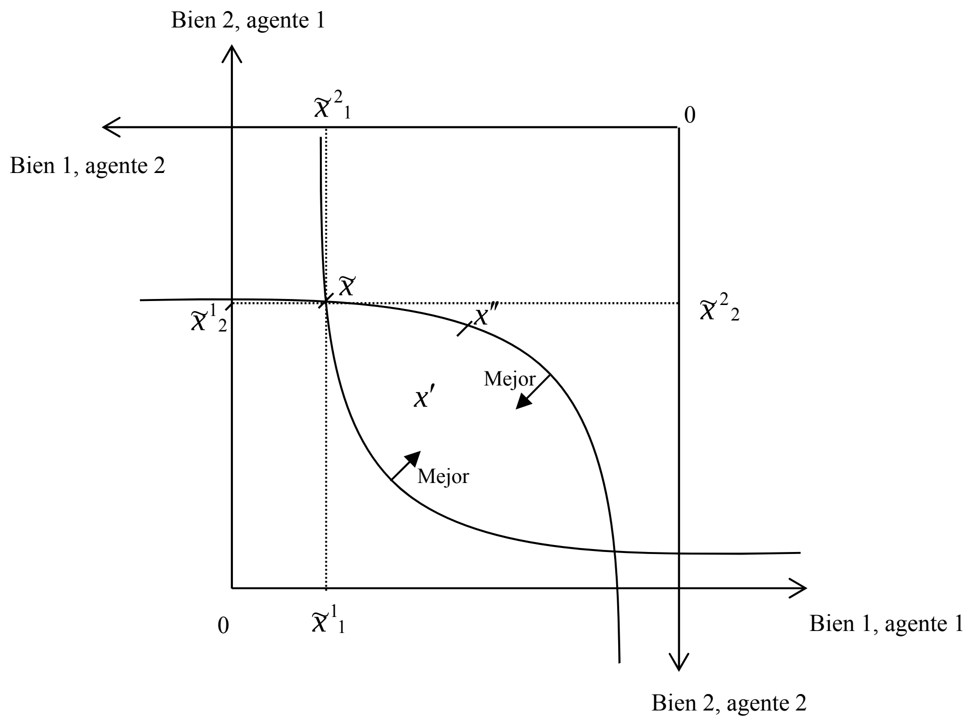
- Es el concepto de eficiencia de Pareto en un sentido fuerte.
- Utilizando la caja de Edgeworth, consideremos los siguientes casos:

Caso 1 *Considere la asignación $\widetilde{x}$:*

La asignación $\widetilde{x}$ no es socialmente eficiente. Si la economía se moviera a la asignación x', la cual es factible, ambos agentes experimentarían una mejora en su bienestar. Nótese, sin embargo, que para argumentar que $\widetilde{x}$ es ineficiente no hace falta que los dos agentes mejoren: en una asignación como x'', que también es factible, el agente 1 está estrictamente mejor y el agente 2 no ha empeorado, lo cual es suficiente para decir que $\widetilde{x}$ no era eficiente.

Caso 2 *Considere la asignación x:*

Manteniendo constante el tamaño de la caja, mejorar el bienestar del agente 1 implicaría lograr una asignación arriba/a la derecha de su curva de indiferencia, lo cual implicaría deteriorar el bienestar del agente 2. De la misma forma, mejorar la situación del agente 2 equivale a lograr una asignación abajo/a la izquierda de su curva de indiferencia, lo cual dejaría al agente 1 en una situación estrictamente peor. Esta es la situación de eficiencia social que Pareto visualizaba: es imposible lograr una mejora para algún agente de la economía sin al mismo tiempo imponer a algún otro agente un deterioro en su bienestar.

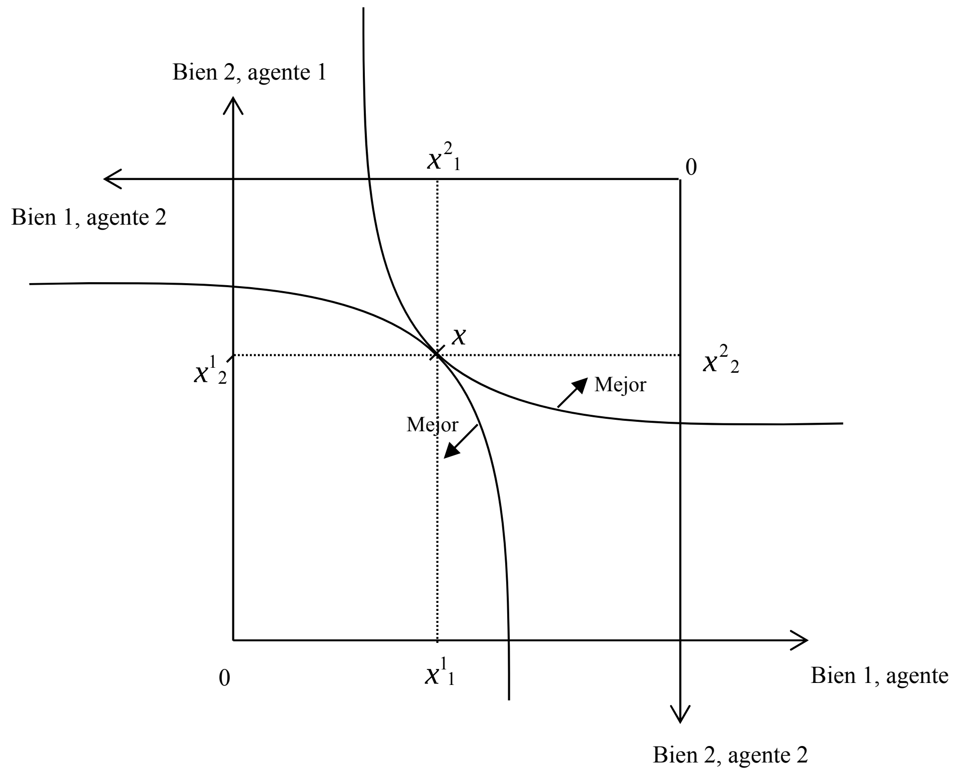


Nota técnica 4 *Nótese que para la definición de eficiencia de Pareto las dotaciones individuales no son importantes más allá de que ellas determinan el tamaño de la caja de Edgeworth (y debería ser obvio que, en general, para una caja dada hay infinidad de posibles pares de dotaciones que la generan como Caja de Edgeworth).*

10.3.1. La curva de contrato

Es fácil ver que en una economía pueden existir muchas asignaciones diferentes que son eficientes en el sentido de Pareto. Por ejemplo: dar todo al agente 1 y nada al agente 2, o nada al 1 y todo al 2 son ambas asignaciones eficientes. Es más, con las curvas de indiferencia habituales también se suele encontrar otras asignaciones de Pareto.

El conjunto de todos los puntos de Pareto de una economía es conocido como su curva de contrato. La razón para este nombre es que, es de presumir que todos los contratos de intercambio entre agentes de esta economía arrojarán asignaciones que se encuentran en esta curva; de lo contrario, al menos uno de los agentes estaría desaprovechando una oportunidad, aceptable por el otro



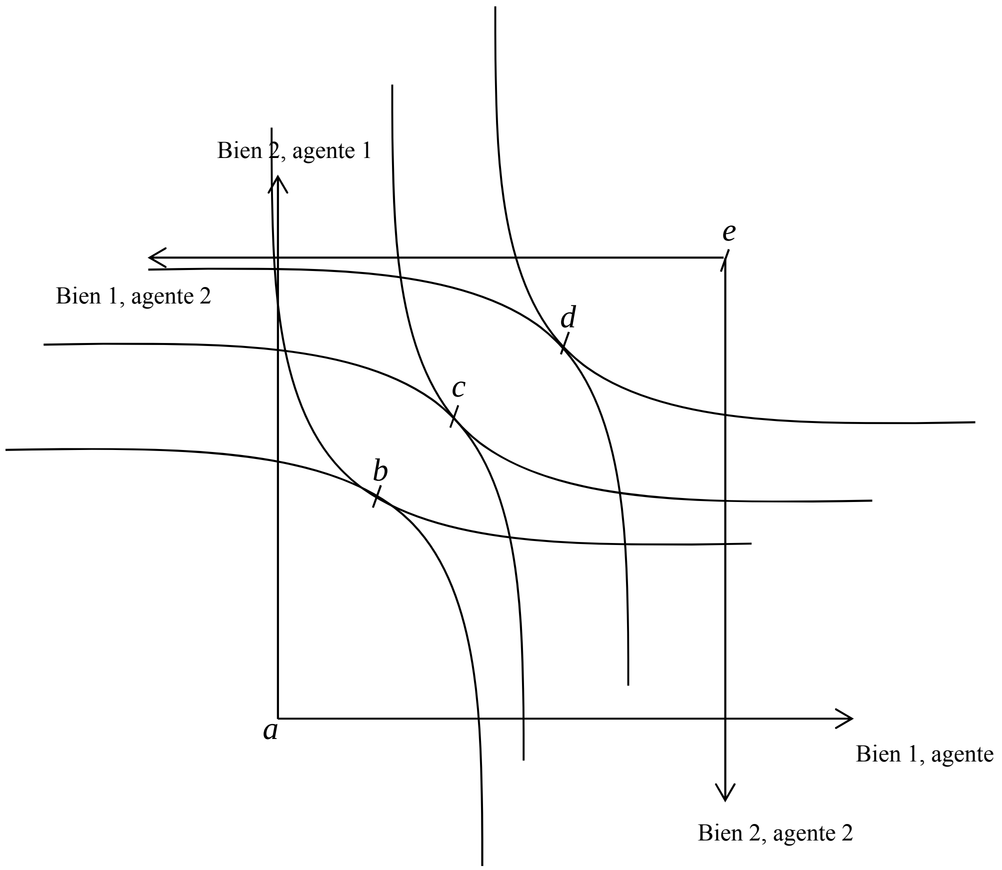
agente, de intercambiar y lograr para si una mejora).

Metodológicamente, es claro que en el interior de la caja de Edgeworth los puntos de Pareto son aquellos en los que las curvas de indiferencia de los agentes son tangentes. Cuando las preferencias tienen asociadas funciones de utilidad para las cuales uno puede encontrar derivadas, esta tangencia se traduce en igualdad entre las tasas marginales de sustitución.

Ejemplo 26 *Supongamos que*

$$\begin{aligned} u^1(x_1, x_2) &= \sqrt{x_1 x_2} \\ u^2(x_1, x_2) &= \sqrt{x_1 x_2} \\ w^1 &= (1,1) \\ w^2 &= (1,1) \end{aligned}$$

Es claro que en el borde de la Caja de Edgeworth los únicos puntos de pareto son $\left(x^1 = (2,2), x^2 = (0,0)\right)$ *y* $\left(x^1 = (0,0), x^2 = (2,2)\right)$. *Ahora, consideremos*



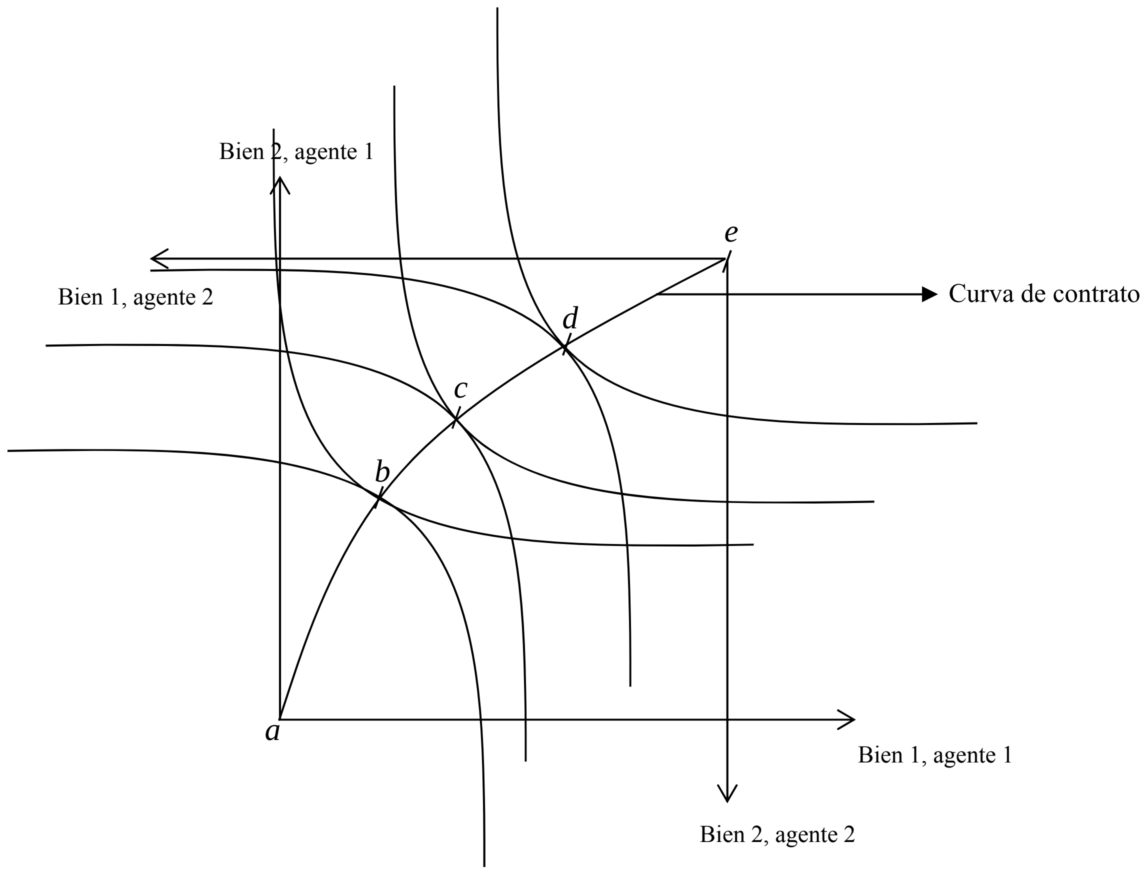
el interior de la caja. Dado que podemos diferenciar las funciones de utilidad:

$$
\begin{aligned}
TMS^1\left(x_1^1, x_2^1\right) &= \frac{\frac{\partial u^1}{\partial x_1}\left(x_1^1, x_2^1\right)}{\frac{\partial u^1}{\partial x_2}\left(x_1^1, x_2^1\right)} \\
&= \frac{x_2^1}{x_1^1}
\end{aligned}
$$

y, similarmente:

$$TMS^2\left(x_1^2, x_2^2\right) = \frac{x_2^2}{x_1^2}$$

$$\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{x_2^2}{x_2^2}$$



mientras que por factibilidad:

$$\begin{aligned} x_1^1 + x_1^2 &= 2 \\ x_2^1 + x_2^2 &= 2 \end{aligned}$$

Esto último implica:

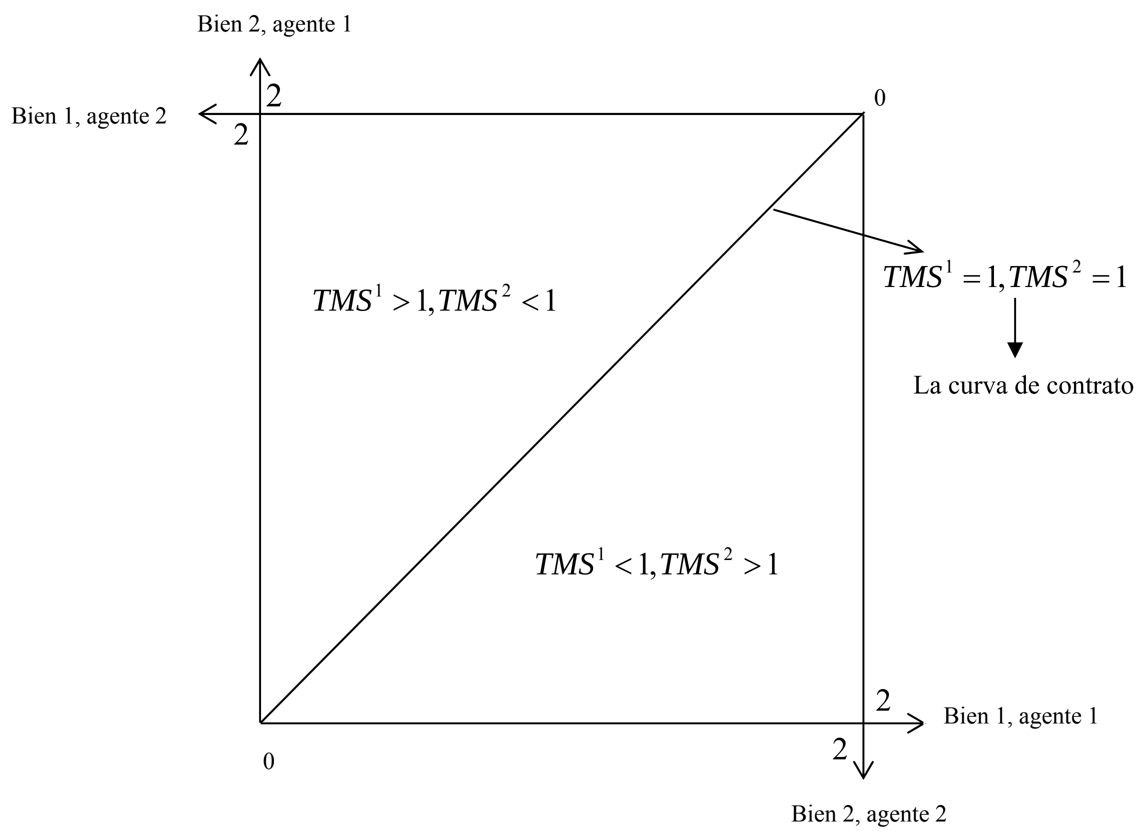
$$\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{2 - x_2^1}{2 - x_1^1}$$

luego,

$$x_2^1 = x_1^1$$

Ejercicio 28 *Encuentre la curva de contrato de las siguientes economías:*

1. $u^1(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$, $u^2(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$, $w^1 = (2, 1)$ *y* $w^2 = (1, 1)$.
2. $u^1(x_1, x_2) = x_1^{0,6} x_2^{0,6}$, $u^2(x_1, x_2) = x_1^{0,4} x_2^{0,4}$, $w^1 = (2, 2)$ *y* $w^2 = (0, 0)$.



3. *(Más difícil)* $u^1(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$, $u^2(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$, $w^1 = (1, 1)$ *y* $w^2 = (1, 1)$.

10.4. El análisis de Edgeworth (núcleo)

El análisis anterior hace uso de una hipótesis muy fuerte. Esto es, supone la existencia de un planificador central con conocimiento perfecto de las preferencias de todos los agentes, la dotación total de recursos y que, actuado de buena fe, se porpone distribuir estos recursos de tal forma que sea un óptimo de Pareto. Es claro que tal supuesto está lejos de cumplirse en la realidad y por lo tanto debemos buscar responder a la misma pregunta planteada anteriormente utilizando algún otro mecanismo más realista desde el punto de vista económico. Ahora, también es cierto que el concepto de distribución utilizado anteriormente puede no ser en ocasiones, razonable. Por ejemplo, si el planificador central le entrega la totalidad de los recursos a un solo individuo, esta reasignación de resursos es claramente un óptimo de Pareto sin embargo, no parece del todo razonable o, intuitivamente, justa. De hecho, si hay un agente que tiene dotación inicial positiva de cada bien no parece razonable que, en caso de tener alguna injerencia sobre las decisiones del planificador y que éste no fuera el beneficiado de la redistribución de recursos, éste aceptara ser despojado de su dotación inicial a cambio de nada. Esto nos lleva a considerar otra forma de pensar sobre la reasignación de los recursos que no supone la presencia de un planificador todo poderoso (i.e., con conocimiento completo de todos los detalles de la economía).

Supongamos que no existe el planificador central mencionado anteriormente y que cada consumidor tiene la posibilidad de, con cero costo:

1. Intercambiar con cada uno de los consumidores de forma voluntaria.
2. Obtener información sobre las preferencias y dotaciones de todos los demás consumidores.
3. Formar coaliciones o grupos de consumidores.

Llamaremos a este mecanismo el mecanísmo de *intercambio voluntario*. La primera pregunta es por supuesto, si dejaramos a los consumidores interactuar bajo las condiciones descritas, realizando únicamente intercambios de forma voluntaria; ¿Cuál sería la(s) redistribución final de recursos?

Las hipótesis que estamos haciendo sobre esta economía son ciertamente bastante irrealistas al igual que en la sección pasada sin embargo, por lo menos sugieren un mecanismo que, intuitivamente, debería de resultar en asignaciónes mejores para cada consumidor en comparación a sus dotaciones iniciales y sin suponer la existencia de un planificador todo poderoso y benevolente. Esto es claro si tenemos presente que los intercambio de los consumidores son voluntarios. Cuando una asignación de recursos $x \in \mathbb{R}^L_+$ para un individuo i es tal que $u^i(x) \geq u^i(w^i)$ diremos que la asignación es individualmete racional. Luego, utilizando esta terminología, como mínimo esperariamos que el intercambio voluntario resultará en asignaciones individualmente racionales para todo los consumidores. Obsérvese que una forma altenativa de reasignar los recursosos y que requiere muy pocas hipótesis para su formulación es la siguiente. Supongamos que existe un planificador central con ningún conocimiento sobre las preferencias de los consumidores pero con la facultad de redistribuir a voluntad la totalidad de los recursos de la economía. Para tal fin el uiliza la siguinete regla. Dependiendo de la proporción de recursos que cada agente contribuya a la totalidad de los recursos este les asigna una distribución de probabilidad sobre el conjunto de bienes de la economía. Supongamos además que el divide la totalidad existente en paquetes de por ejemplo, el 10 % de la totalidad existente del bien. Una vez hecho esto el convoca a todos los consumidores a su gran rifa. En la rifa el planificador hace $10 \times$L rifas, 10 rifas por cada cada bien.

En cada rifa se asigna un paquete de cada bien y este hace que la probabilidad de que individuo gane sea igual a la distribución de proabilidad que él les asignó (es decir, este planificador tiene las misma facultades del planificador de la sección anterior pero no tiene conocimientos de las preferencias de los agentes ni conocimiento alguno sobre la redistribución final de los recursos que desea, simplemente los va asignar de una forma bien especificada; mediante una serie de rifas).

Problema 1 *¿Que tipo de resultados podria usted esperar de esta forma de reasignaión de los recursos?*

Luego, la clave no esta únicamente en encontrar mecanismo bien definidos y que requieran poco supuestos para ser implementables, pero obviamente, en las propiedades de las reasignaciones resultantes.

Retornando al mecanismo de intercambio voluntario la pregunta que nos hacemos es, cuales son las reasignaciones de recursos que podríamos esperar de dejar a los consumidores intercambiar según el mecanismo propuesto. Para estudiar formalmente esta idea introducimos el siguinente concepto.

Definición 17 *Una coalición de agentes es un subconjunto no vacio $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{I}$ del conjunto de consumidores. Decimos que una coalición $\mathcal{S}$ tiene una objeción (objeta o bloquea) a la asignación $x = (x^1, x^2, ..., x^I)$ si existe para cada uno de los consumidores en la coalición $\mathcal{S}$ una canasta $\widehat{x}^i$, $i \in \mathcal{S}$ tal que:*

(i) Las canastas son factibles desde el punto de vista de la coalición:

$$\sum_{i \in \mathcal{S}} \widehat{x}^i = \sum_{i \in \mathcal{S}} w^i$$

(ii) Todos los miembros de la coalición encuentran a $\widehat{x}^i$ al menos tan deseable como x^i:

$$u^i(\widehat{x}^i) \geq u^i(x^i) \text{ para todo } i \in \mathcal{S}$$

(iii) Al menos un miembro de la coalición i^* prefiere estrictamente $\widehat{x}^{i^*}$ a x^{i^*}:

$$u^{i^*}(\widehat{x}^{i^*}) > u^{i^*}(x^{i^*}) \text{ para algún } i^* \in \mathcal{S}$$

El punto del concepto de objeción es que la coalición de agentes se retiraría de cualquier intercambio que encuentre objetable pues, en principio:

1. El agente i^* convencería a sus compañeros, pues él ganaría y los demás no perderían;

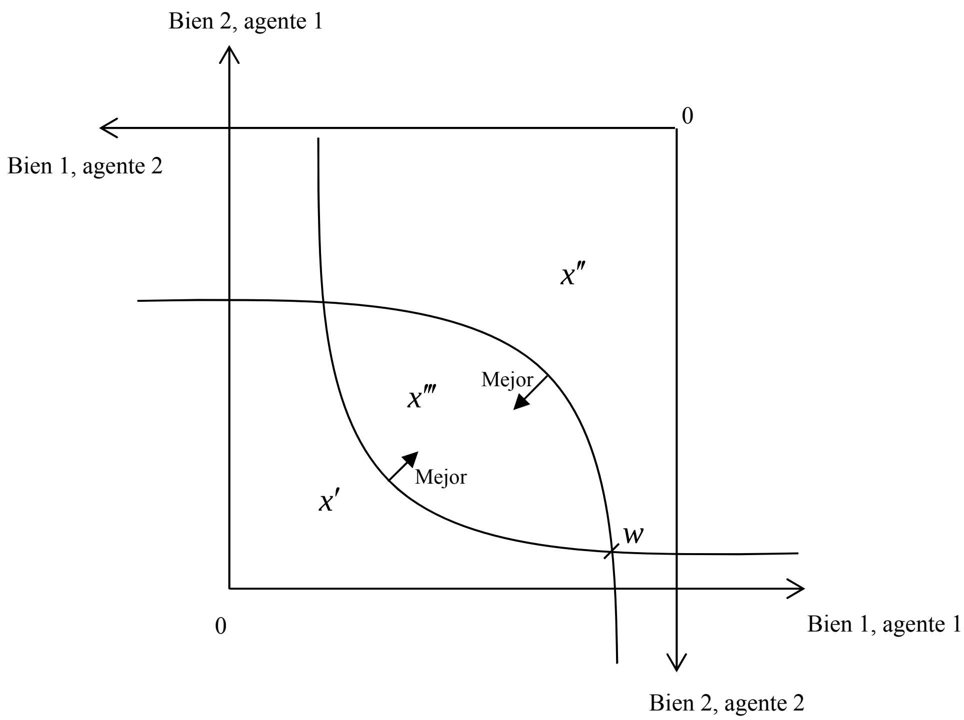
2. Por otra parte, ellos pueden lograr esa mejor situación por sí mismos: no necesitan las dotaciones de los demás para lograrlo.

Con esta definición, podemos introducir el concepto de núcleo de una economía de intercambio:

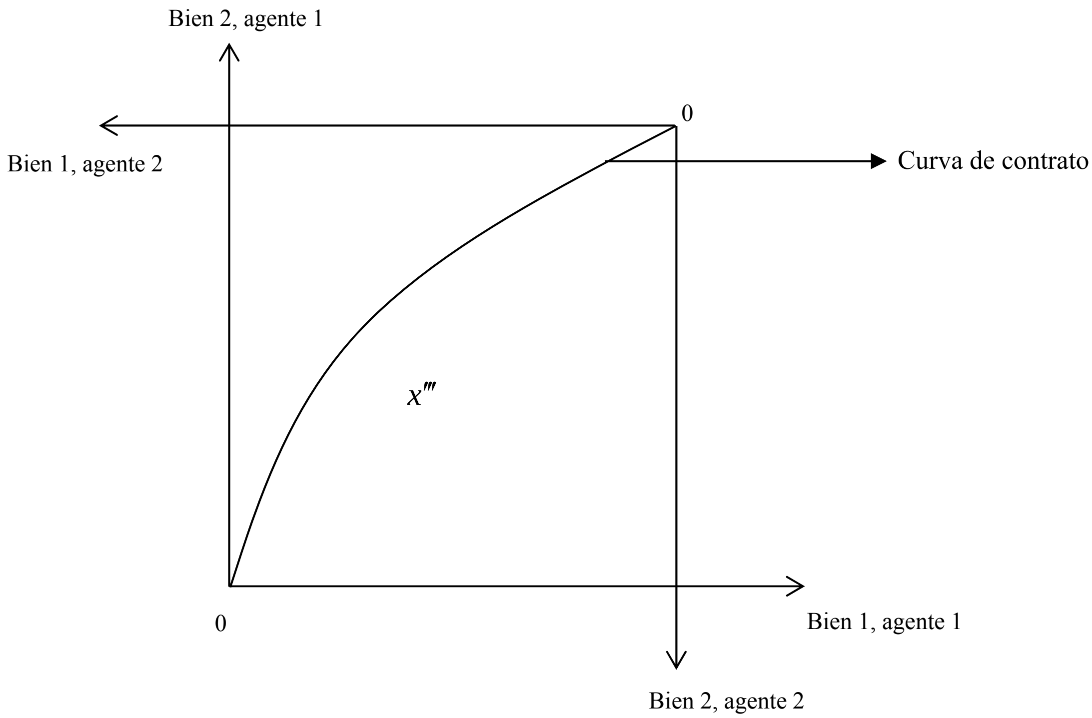
Definición 18 *El núcleo de una economía como la descrita es aquel conjunto de asignaciones factibles a las cuales ninguna coalición de agentes tiene una objeción.*

En una economía de intercambio de 2×2, el Núcleo es el conjunto de asignaciones factibles que son eficientes en el sentido de Pareto, y que cada agente encuentra superiores o indiferentes a su propia dotación.

Ejercicio 29 *Demuestre que en una economía con sólo dos agentes y dos bienes el Núcleo es el conjunto de asignaciones factibles que son eficientes en el sentido de Pareto, y que cada agente encuentra superiores o indiferentes a su propia dotación. Véanse las siguinetes figuras.*



Ejercicio 30 *Demuestre que en cualquier economía de intercambio, el núcleo es un subconjunto del conjunto de puntos de Pareto y del conjunto de asignaciones individualmente racionales para todos los agentes.*



Ejemplo 27 *Supongamos que:*

$$
\begin{aligned}
u^1(x_1, x_2) &= \sqrt{x_1 x_2} \\
u^2(x_1, x_2) &= \sqrt{x_1 x_2} \\
w^1 &= (1, 1) \\
w^2 &= (1, 1)
\end{aligned}
$$

Busquemos las canastas de consumo a las que el agente 1 *no tendría una objeción. Estas son,* (x_1^1, x_2^1) *tal que*

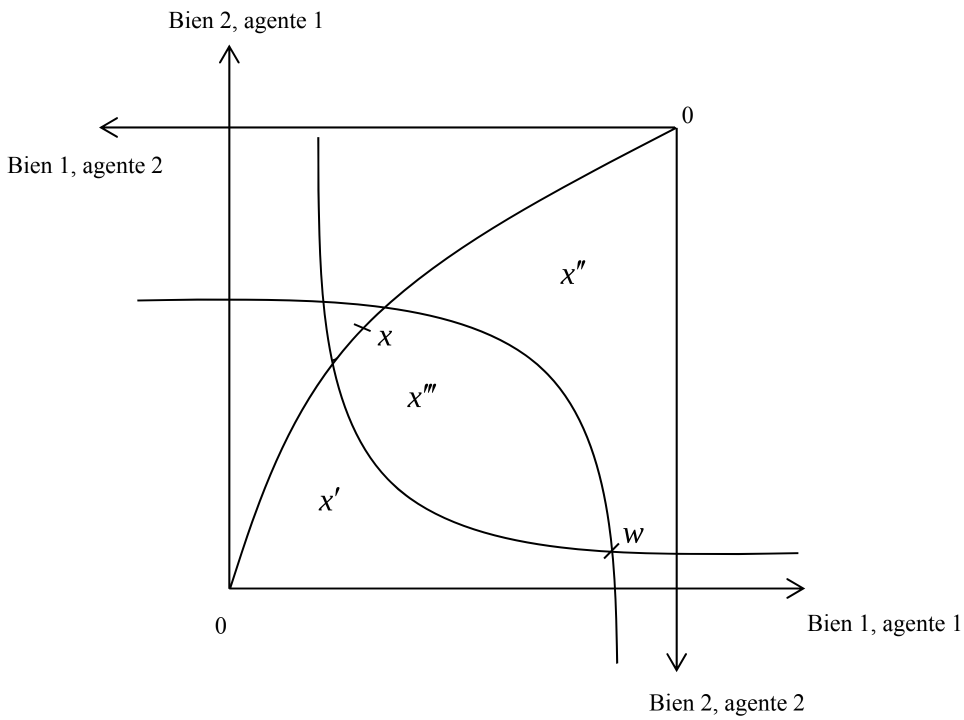
$$u^1(x_1^1, x_2^1) \geq u^1(w_1^1, w_2^1)$$

es decir,

$$(x_1^1, x_2^1) : x_1^1 x_2^1 \geq 1$$

Y similarmente para el agente 2*:*

$$(x_1^2, x_2^2) : x_1^2 x_2^2 \geq 1$$



(evidentemente, esto descarta cualquier punto en los bordes de la Caja).

Ahora, sabemos por el ejemplo 26 que las asignaciones eficientes (a las que la coalición $\{1,2\}$ no se opondría) satisfacen:

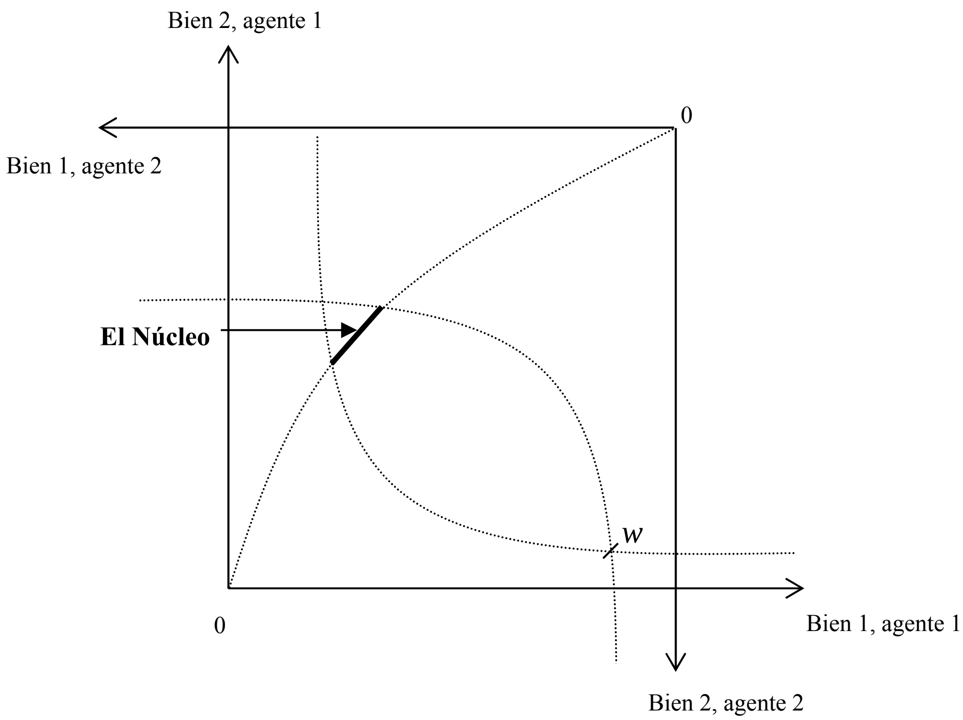
$$\frac{x_2^1}{x_1^1} = \frac{x_2^2}{x_2^2}$$

mientras que por factibilidad:

$$\begin{aligned} x_1^1 + x_1^2 &= 2 \\ x_2^1 + x_2^2 &= 2 \end{aligned}$$

Esto último implica:

$$\begin{aligned} x_1^1 x_2^1 &\geq 1 \\ (2 - x_1^1)(2 - x_2^1) &\geq 1 \\ \frac{x_2^1}{x_1^1} &= \frac{2 - x_2^1}{2 - x_1^1} \end{aligned}$$



Despejando de la última de estas ecuaciones:

$$2x_2^1 - x_1^1 x_2^1 = 2x_1^1 - x_1^1 x_2^1 \Rightarrow x_1^1 = x_2^1$$

De donde se concluye que[9]

$$\begin{aligned} (x_1^1)^2 &\geq 1 \\ x_1^1 &\geq 1 \end{aligned}$$

y que[10]

$$\begin{aligned} (2 - x_1^1)^2 &\geq 1 \\ 2 - x_1^1 &\geq 1 \end{aligned}$$

Es decir:

$$1 \leq x_1^1 \leq 1$$

Por tanto, el núcleo de esta economía es el conjunto $\{x\}$ *con* $x = (x^1, x^2) = ((1,1),(1,1))$

[9]Por no negatividad, sabemos que $x_1^1 \geqslant 0$.
[10]Por factibilidad y no negatividad sabemos que $x_1^1 \leqslant 2$

Nota técnica 5 *Note que el núcleo depende de las dotaciones de los agentes, más allá del tamaño de la Caja de Edgeworth.*

Ejercicio 31 *Encuentre el núcleo de las siguientes economías:*

1. $u^1(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$, $u^2(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$, $w^1 = (2, 1)$ *y* $w^2 = (1, 1)$.
2. $u^1(x_1, x_2) = x_1^{0,6} x_2^{0,6}$, $u^2(x_1, x_2) = x_1^{0,4} x_2^{0,4}$, $w^1 = (2, 2)$ *y* $w^2 = (0, 0)$.
3. $u^1(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$, $u^2(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$, $w^1 = (1, 1)$ *y* $w^2 = (1, 1)$

10.5. El análisis de Walras

Es claro que las hipótesis que hicimos sobre el ambiente económico en el cual se llevan a cabo los intercambios voluntarios de la sección anterior son bastante fuertes y al igual que en el caso del análisis de Pareto, bastante distantes del mundo real. De hecho, uno se debería de preguntar si los patrónes observados en el mundo real, como la existencia de algunos mercados y precios de bienes no corresponde de alguna manera a una institución eficiente como institución mediadora del intercambio de los consumidores. Ahora, si bien, la mera existencia de estas instituciones no siginifica necesariamente que han sido escogidas de manera óptima entre un menú de alternativas posibles a lo largo de la historia de la humanidad, sí debería de ser una fuente importante de inquitudes sobre la razón de su existencia. Como veremos, el análisis de Walras puede ser muy esclarecedor sobre la razón por la que los seres humanos hemos tendido a basarnos en estas instituciones como mecanismos de mediación del intercambio. Por su puesto, las instituciones como tal no son suficientes para describir completamente el mecanismo de intercambio y sus porpiedades resultantes que, como hemos visto, son el hilo conductor de todas las secciones anteriores. Para terminar de describir el ambiente económico en el cual toma lugar el intercambio, vamos a introducir la idea de competencia perfecta. Más formalmente, los ingredientes del análisis de Walras son los siguientes:

- Existe un mercado centralizado para cada bien por el cual los agentes tienen preferencias.
- Todos los agentes tiene accesso sin costo alguno, al mercado centralizado.
- Existe un precio único para cada bien y todos los consumidores conocen perfectamente el precio de éstos.
- Cada consumidor puede vender su dotación inicial en el mercado a los precios dados y utilizar el pago resultante (en la unidad de conteo) para demandar los bienes que más desea.
- Los consumidores buscan maximizar su utilidad dada la restricción presupuestal e independientemente de las acciones de los demás consumidores. En este sentido, el mecanismo expuesto es completamente descentralizado e impersonal. Ningún agente necesita saber nada de los demás, ni sus preferencias ni sus dotaciones iniciales.

- Competencia perfecta. Los consumidores toman los precios como dados y no creen tener ningún influencia sobre estos por causa de sus decisiones. Ni cuando intercambian su dotación inicial por un ingreso, ni cuando demandan bienes sujetos a su restricción presupuestal.
- La única fuente de información que los agentes utilizan para tomar sus decisiones de consumo son los precios y nada más.

La idea de Walras fue la siguiente (esta es la formulación matemática moderna de las ideas de Walras que tiene origen el trabajo de G. Debreu y K. Arrow a comienzos de las decáda de los cincuenta; ambos fuerón galardonados con el premio nobel de economía.[11]).

Definición 19 *Sea $\mathcal{E}$ una economía de intercambio. Un equilibrio (general) con competencia perfecta para la economía de intercambio $\mathcal{E}$ es un par $(p, x) \in \mathbb{R}^L_{++} \times \mathbb{R}^{IL}_{+}$ compuesto por un vector de precios p y una asignación de recursos $x = (x^1, ..., x^I)$ tal que:*

1. *Cada agente maximice su utilidad a los precios dados. Para todo $i \in \mathcal{I}$*

$$u^i(x^i) = \max_{x \in B(p, p \cdot w^i)} u^i(x)$$

2. *Todos los mercados se ajusten (i.e., se equilibran):*

$$\sum_{i=1}^{I} x^i = \sum_{l=1}^{I} w^i$$

Bajo este concepto más general, una generalización de la ley del presupuesto balanceado también aplica y se conoce como la ley de Walras. Si la canasta x^i es óptima para el agente i a los precios p (es decir, si satisface la condición (1) de la definición anterior), entonces debe satisfacer que

$$\sum_{l=1}^{L} p_l x_l^i = \sum_{l=1}^{L} p_l w_l^i$$

Sumando para todos los agentes, obtenemos

$$\sum_{i=1}^{I} \sum_{l=1}^{L} p_l x_l^i = \sum_{i=1}^{I} \sum_{l=1}^{L} p_l w_l^i$$

lo que podemos reescribir como

$$\sum_{l=1}^{L} \left(p_l \sum_{i=1}^{I} \left(x_l^i - w_l^i \right) \right) = 0$$

[11] La primera demostración se debe a Wald en 1936 utilizando hipótesis más reestrictivas.

Ahora, supongamos que para los $L-1$ primeros bienes el mercado se ha equilibrado, de forma tal que para todo $l=1,2,...,L-1$

$$\sum_{i=1}^{I}\left(x_l^i-w_l^i\right)=0$$

Esto implica que

$$p_L\sum_{i=1}^{I}\left(x_L^i-w_L^i\right)=0$$

y como, bajo nuestros supuestos, $p_L>0$, se sigue que el L-ésimo mercado también debe estar en equilibrio:

$$\sum_{i=1}^{I}\left(x_L^i-w_L^i\right)=0$$

Lo que hemos argumentado es entonces lo siguiente:

Teorema 15 *(La ley de Walras) En una economía de intercambio con L bienes, si los agentes escogen sus demandas óptimamente, el equilibrio entre oferta y demanda en $L-1$ de los mercados implica el mismo equilibrio en el mercado restante.*

- Más adelante vamos a dar una versión equivalente de la ley de Walras en términos de la función exceso de demanda.

Ejemplo 28 *Supongamos que*

$$\begin{aligned}
u^1(x_1,x_2) &= \sqrt{x_1x_2}\\
u^2(x_1,x_2) &= \sqrt{x_1x_2}\\
w^1 &= (1,1)\\
w^2 &= (1,1)
\end{aligned}$$

Dados estos datos, el problema para el consumidor 1 es:

$$\text{máx}\sqrt{x_1x_2}\quad \textit{sujeto a: } p_1x_1+p_2x_2\leqslant p_1+p_2$$

cuya solución es

$$\begin{aligned}
x_1^1(p_1,p_2) &= \frac{1}{2}\frac{p_1+p_2}{p_1}\\
x_2^1(p_1,p_2) &= \frac{1}{2}\frac{p_1+p_2}{p_2}
\end{aligned}$$

Dado que el problema de 2 es idéntico:

$$\begin{aligned}
x_1^2(p_1,p_2) &= \frac{1}{2}\frac{p_1+p_2}{p_1}\\
x_2^2(p_1,p_2) &= \frac{1}{2}\frac{p_1+p_2}{p_2}
\end{aligned}$$

Ahora busquemos precios p_1 y p_2 tales que los mercados se equilibren con estas demandas:

$$\begin{aligned} x_1^1(p_1,p_2)+x_1^2(p_1,p_2) &= w_1^1+w_1^2 \\ x_2^1(p_1,p_2)+x_2^2(p_1,p_2) &= w_2^1+w_2^2 \end{aligned}$$

Sustituyendo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\frac{p_1+p_2}{p_1}+\frac{1}{2}\frac{p_1+p_2}{p_1} &= 1+1 \\ \frac{1}{2}\frac{p_1+p_2}{p_2}+\frac{1}{2}\frac{p_1+p_2}{p_2} &= 1+1 \end{aligned}$$

Este sistema tiene infinitas soluciones. Cualquier par de p_1 y p_2 que satisfaga que $p_1>0$ y $p_1=p_2$ soluciona el sistema. Por tanto, $p=(1,1)$, $x^1=x^1(1,1)=(1,1)$ y $x^2=x^2(1,1)=(1,1)$ es un equilibrio general. Gráficamente:

Nota técnica 6 *Cuando la restricción presupuestal de un agente está dada por el valor de una dotación,su demanda no cambia si uno multiplica todos los precios por una constante positiva. Por esta razón, en cualquier ecconomía hay un número infinito de vectores de precios de equilibrio: si $p=(p_1,p_2)$ es un vector de precios de equilibrio, también lo son $(2p_1,2p_2)$, $\left(\frac{1}{9}p_1,\frac{1}{9}p_2\right)$, $(500p_1,500p_2)$ y, en general, cualquier producto de p por un número positivo. Por esta razón, uno suele "normalizar" los precios fijando, por ejemplo, $p_1=1$ o requiriendo que $p_1+p_2=1$.*

Ejercicio 32 *Suponga que tenemos una economía con dos agentes y dos bienes. Sus funciones de utilidad son idénticas y del tipo CES:*

$$\begin{aligned} u^i(x_1,x_2) &= x_1^\rho+x_2^\rho \\ w^1 &= (1,0) \\ w^2 &= (0,1) \end{aligned}$$

1. *Calcular las funciones de demanda Marshaliana.*
2. *Mostrar que los precios $p_1=p_2$ son precios de equilibrio.*

Ejercicio 33 *Considere una economía de intercambio puro con dos bienes de consumo y dos consumidores con las siguientes funciones de utilidad y dotaciones iniciales:*

$$\begin{aligned} u^1(x_1,x_2) &= x_1^{\frac{1}{3}}x_2^{\frac{2}{3}},\ w^1=(12,3) \\ u^2(x_1,x_2) &= x_1x_2,\ w^2=(4,6) \end{aligned}$$

1. *Caracterice el conjunto de asignaciones Pareto eficientes.*
2. *Caracterice en núcleo de ésta economía*

3. Encuentre el equilibrio Walrasiano

4. Verifique que las asignaciones encontradas en el numeral anterior pertenecen al núcleo.

Ejercicio 34 *Encuentre los equilibrios de las siguientes economías:*

1. $u^1(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$, $u^2(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$, $w^1 = (2, 1)$ *y* $w^2 = (1, 1)$.
2. $u^1(x_1, x_2) = x_1^{0,6} x_2^{0,6}$, $u^2(x_1, x_2) = x_1^{0,4} x_2^{0,4}$, $w^1 = (2, 2)$ *y* $w^2 = (0, 0)$.
3. *(Más difícil) Para* $0 < a < 1$ *y* $0 < b < 1$, $u^1(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$, $u^2(x_1, x_2) = x_1^b x_2^{1-b}$, w^1 *y* w^2 *arbitrarios.*

10.5.1. La ley de Walras

Retomemos el ejemplo **??**. Supongamos que sólo hubiéramos buscado los precios que ajustan la oferta y la demanda del bien 1:

$$x_1^1(p_1, p_2) + x_1^2(p_1, p_2) = w_1^1 + w_1^2$$

Es decir que,

$$\frac{1}{2}\frac{p_1 + p_2}{p_1} + \frac{1}{2}\frac{p_1 + p_2}{p_1} = 1 + 1$$

o, lo que es igual:

$$\frac{p_1 + p_2}{p_1} = 2$$

Si normalizamos $p_1 = 1$, es claro que $p_2 = 1$ soluciona el problema.

Lo importante que tenemos que observar es que ¡sólo considerando el bien 1, obtenemos los mismos precios de equilibrio que cuando consideramos ambos bienes! Es obvio que estos precios también equilibran el mercado del bien 2.

Nota técnica 7 *Nótese que para que nuestros argumentos sean válidos necesitamos suponer que cada agente, al escoger óptimamente su canasta de consumo, siempre escoge un punto en la linea presupuestal. Para esto es suficiente suponer monotonicidad.*

10.6. Un ejemplo

El ejemplo que hemos venido trabajando es didáctico en el sentido de que todo es muy sencillo, pero tiene el probelma de que puede dar impresiones erróneas. A continuación trabajamos un ejemplo en el que las cosas no funcionan tan bien. Debe notarse que en este caso, aunque las preferencias no son estrictamente monótonas ni estrictamente cuasicóncavas, sí son monótonas y cuasicóncavas:

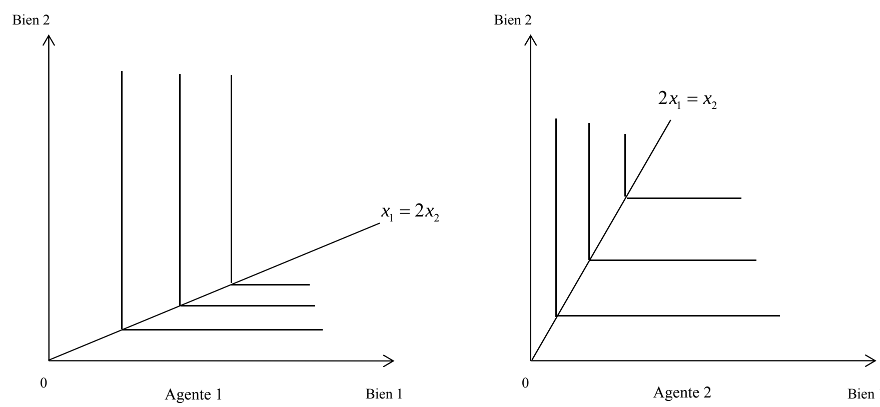
Suponemos que

$$\begin{aligned}
u^1(x_1, x_2) &= \text{mín}\{x_1, 2x_2\} \\
u^2(x_1, x_2) &= \text{mín}\{2x_1, x_2\} \\
w^1 &= (3, 1) \\
w^2 &= (1, 3)
\end{aligned}$$

Nuestro objetivo es encontrar el equilibrio general, la curva de contrato y el núcleo, y verificar las relaciones existentes entre ellos:

10.6.1. Curvas de indiferencia y la caja de Edgeworth

Los mapas de indiferencia de los agentes son:



Y por lo tanto la Caja de Edgeworth es:

10.6.2. Curva de contratos

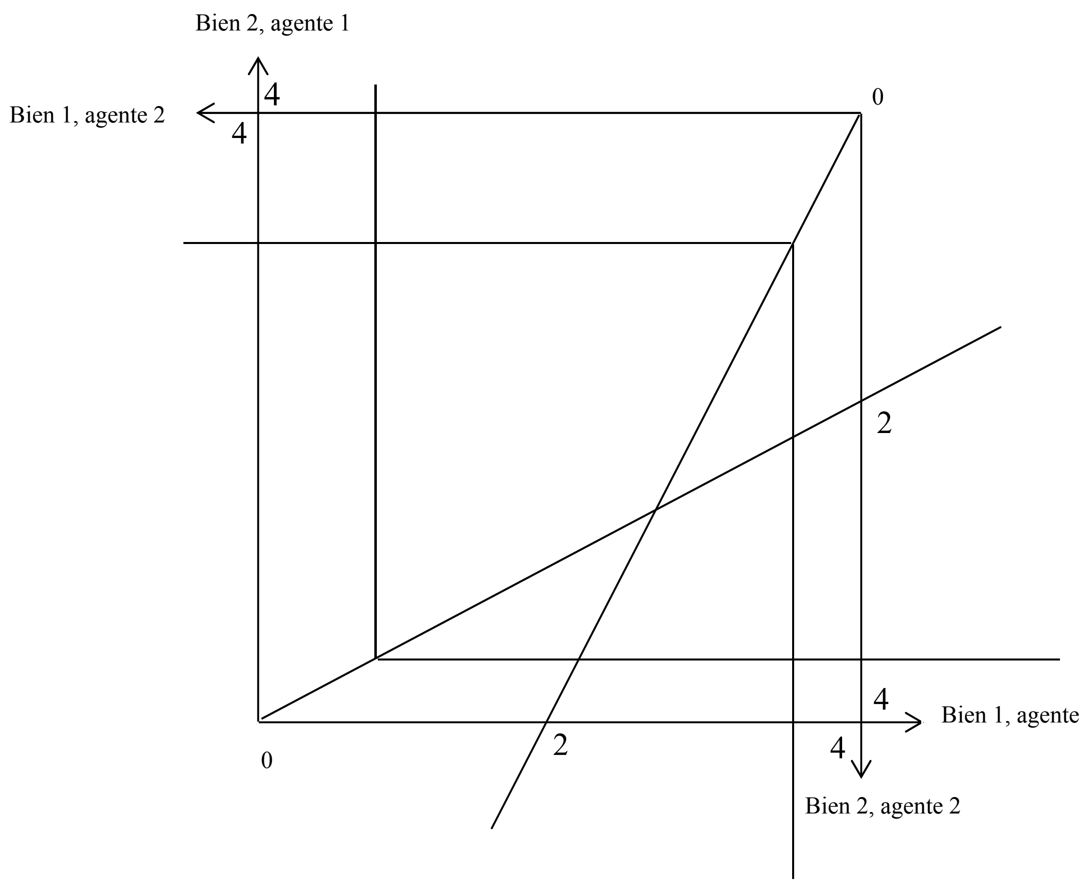
De las preferencias de los agentes es obvio que la curva de contratos es el área sombreada en el siguiente gráfico:

10.6.3. El núcleo

Dadas las dotaciones iniciales, se tiene que el núcleo es el área sombreada en el siguiente gráfico:

10.6.4. Equilibrio general

Existen infinitos equilibrios generales: $\left(\overline{p}, \overline{x}^1, \overline{x}^2\right) = \left((1,1), \left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}\right), \left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}\right)\right), \left((1,0), \left(3, x_2^1\right), \left(1, 4 - x_2^1\right)\right)$ con $x_2^1 \in \left[\frac{3}{2}, 2\right]$ o $\left((0,1), \left(1, x_2^1\right), \left(3, 4 - x_2^1\right)\right)$ con $x_2^1 \in \left[2, \frac{5}{2}\right]$.

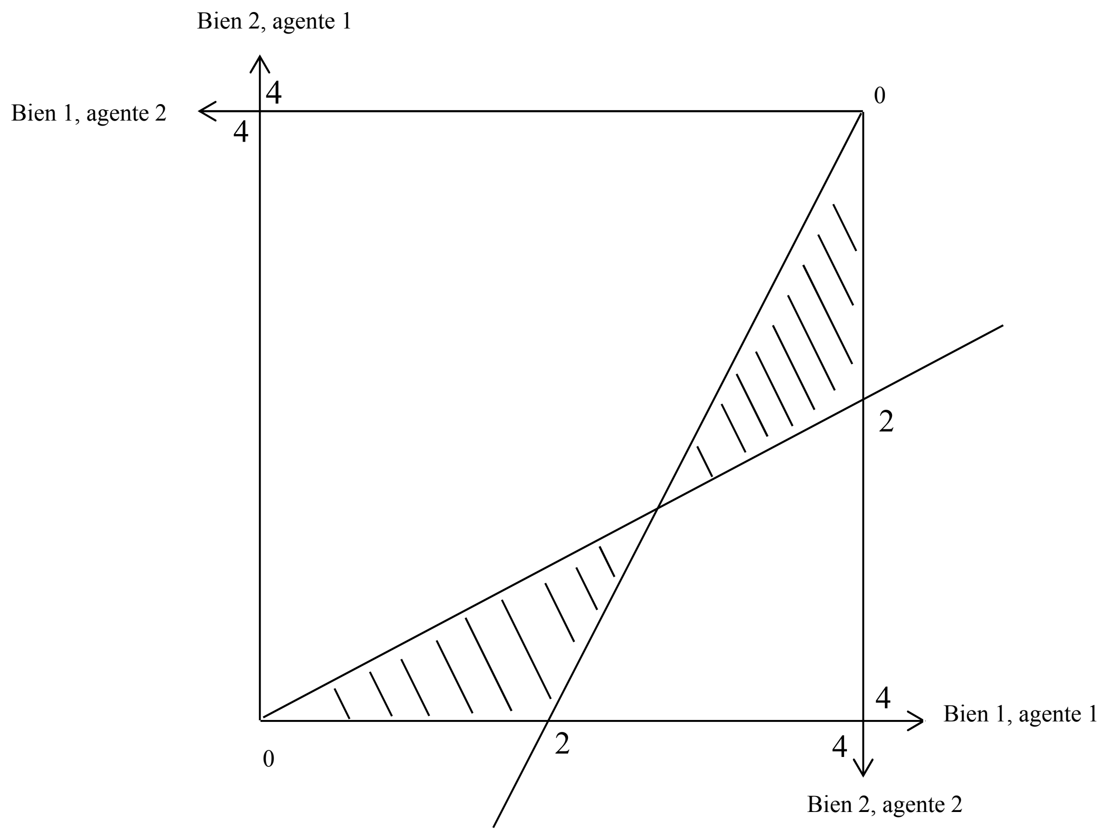


Nota técnica 8 *Obsérvese que aún con precios de algunos bienes iguales a cero, el problema del consumidor de los agentes tiene solución.*

Estos corresponden a la interseccion de las rectas que definen las preferencias de cada agente y los dos segmentos paralelos a los ejes que delimitan el núcleo de la economía.

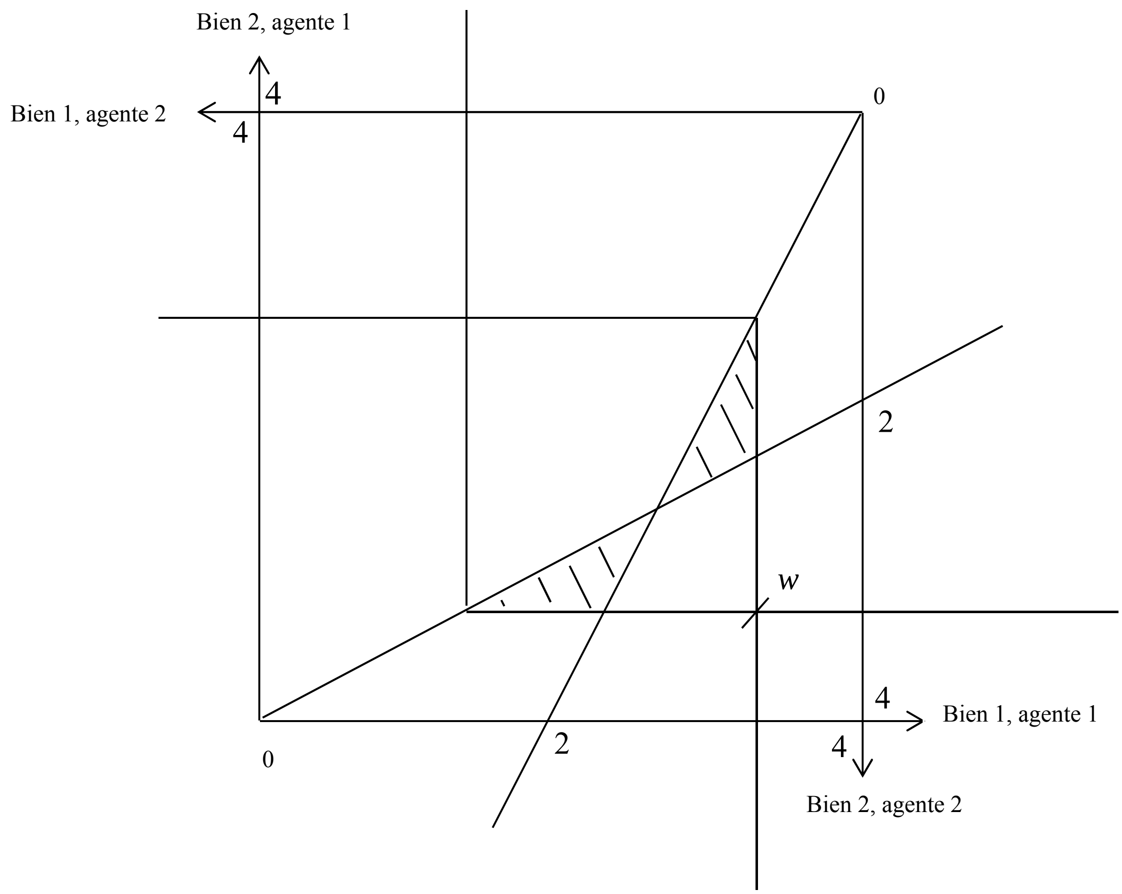
Nota técnica 9 *Nótese que hubiera sido mejor normalizar los precios a* $p_1 + p_2 = 1$.

Ejercicio 35 *Aliprantis et al [1990]. Suponga que* $L = 2$, $I = 2$ *y* $u^1(x_0, x_1) = (x_1 + 1)\exp(x_0)$, $\omega^1 = (2, 1)$, $u^2(x_0, x_1) = x_0 x_1$ *y* $\omega^2 = (2, 3)$. *Calcular los equilibrios de esta economía, la curva de contrato, el núcleo y dibujar todo en una caja de Edgeworth.*



11. Análisis positivo del equilibrio Walrasiano

En la sección anterior planteamos varios interrogantes fundamentales para evaluar el concepto de equilibrio Walrasiano. A continuación analizamos algunos de estos interrogantes. Vamos a presentar dos formas alternativas para demostrar la existencia del equilibrio Walrasiano. La primera es más intuitiva desde el punto de vista económio y hace explícito un mecanismo de formación de precios que, aunque irrealista, formaliza nuestra idea intuitiva de precios que varian según los excesos de demanda hasta igualarse a cero. La segunda alternativa es muy intuitiva desde el punto de vista geométrico.



11.1. Existencia I

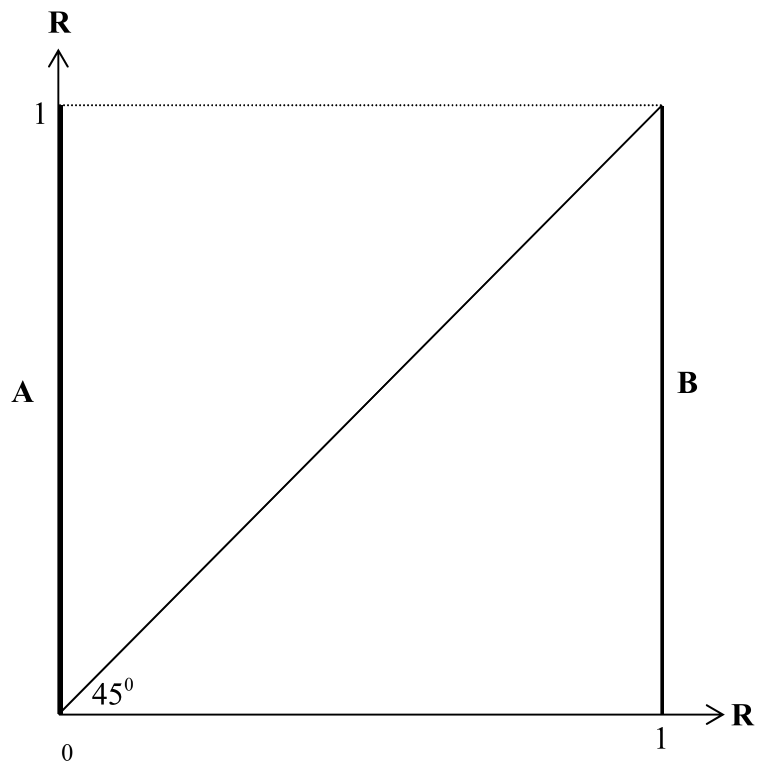
11.1.1. Una introducción a los Teoremas de Punto Fijo

Considere el siguiente problema: dado el siguiente gráfico,

intentemos trazar una gráfica continua que conecte el tramo A con el tramo B y no cruce la diagonal de 45^o. Esto es evidentemente imposible. Como en el siguiente gráfico,

cualquier gráfica continua tendrá por lo menos un punto en el cual la coordenada horizontal será igual a la coordenada vertical. Esto es:

Teorema 16 *Para cualquier función* $f : [0,1] \to [0,1]$ *que sea continua, existe* $x^* \in [0,1]$ *tal que* $f(x^*) = x^*$.



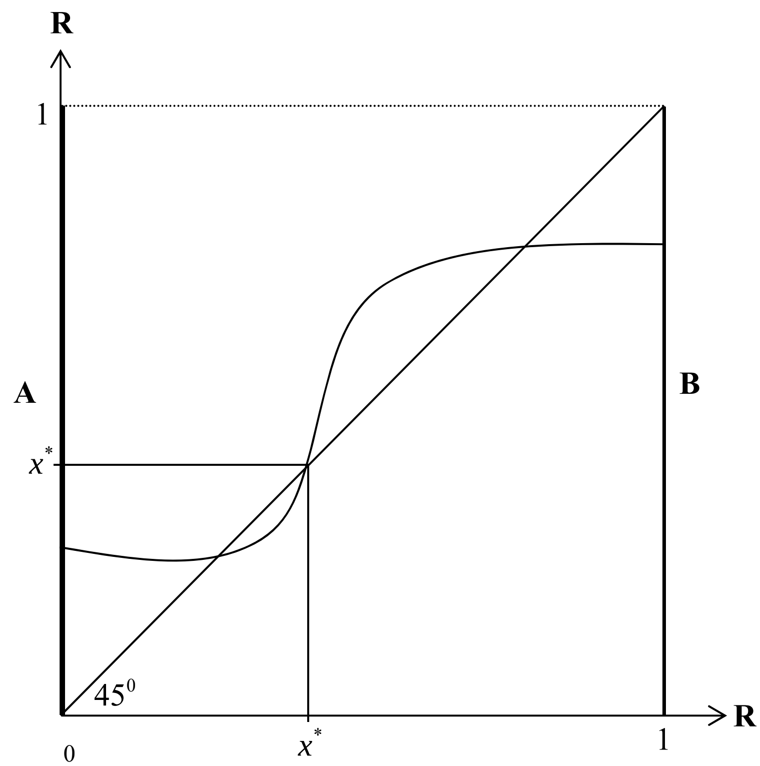
Este ejemplo ha sido didáctico, pero no tiene la generalidad que uno quisiera. En general, f no tiene que ser una función que relacione $[0,1]$ con sí mismo. Lo que necesitamos es lo siguiente: (i) que la función sea continua; (ii) que el dominio y el codominio sean el mismo conjunto; (iii) que este conjunto tenga un principio y un fin, es decir, que no vaya hasta infinito o hasta menos infinito (acotado); (iv) que el conjunto contenga sus puntos límite, o su borde (cerrado); (v) que uno pueda trazar una línea entre dos puntos cualesquiera de este conjunto, sin que ésta se salga del conjunto (convexo). Con estas propiedades, uno siempre encontrará un punto en el dominio que sea igual a su imágen bajo f.

Por ejemplo, si tomamos el siguiente conjunto:

$$\triangle^1 = \{(p_1, p_2) \in \mathbb{R}^2_+ \mid p_1 + p_2 = 1\}$$

que tiene la siguiente forma

y es por tanto, acotado, cerrado y convexo, y trazamos una función cualquiera,



$$f : \triangle^1 \to \triangle^1$$

que sea continua, siempre existirá (p_1^*, p_2^*) tal que

$$f(p_1^*, p_2^*) = (p_1^*, p_2^*)$$

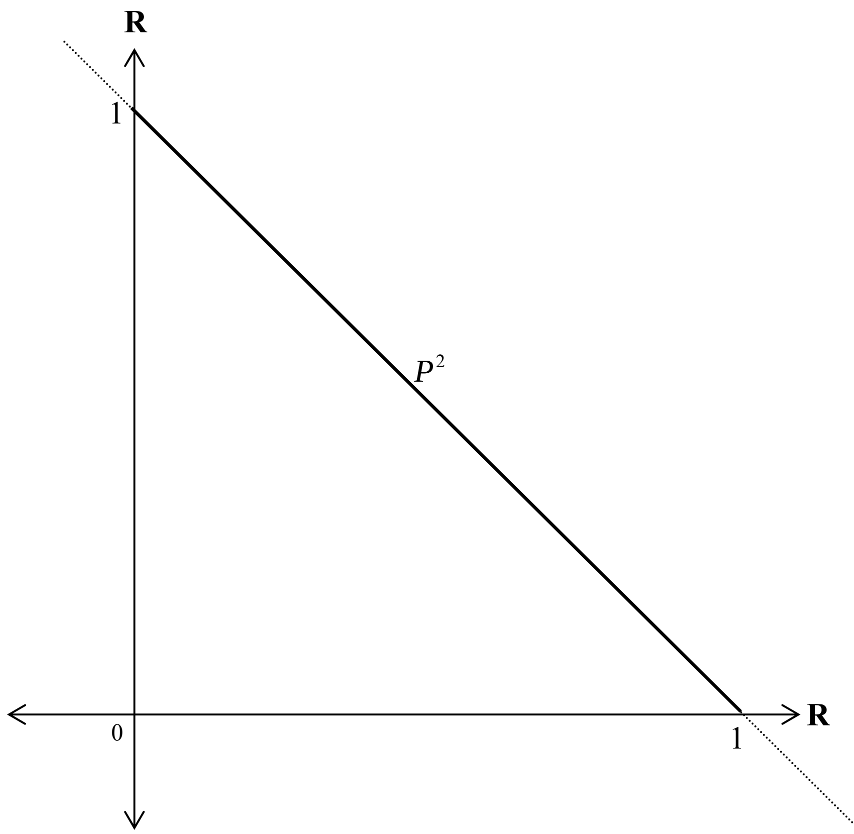
Esto lo podemos hacer para cualquier dimensión: si tenemos $L \geq 1$ bienes, y definimos

$$\triangle^{L-1} = \{(p_1, p_2, ..., p_L) \in \mathbb{R}_+^L \mid \sum_{l=1}^{L} p_l = 1\}$$

entonces,

Teorema 17 *Para cualquier función $f : \triangle^{L-1} \to \triangle^{L-1}$ que sea continua, existe un punto $p^* = (p_1^*, p_2^*, ..., p_L^*)$ tal que*

$$f(p^*) = p^*.$$



11.1.2. El Subastador Walrasiano

Walras tenía en mente un proceso de ajuste de precios que correspondedía a lo siguiente. Si un mercado muestra exceso de demanda, su precio (relativo) debe subir, y si un mercado muestra exceso de oferta, su precio (relativo) debe bajar.

Lo más cercano que tenemos a un proceso dinámico de ajuste fué un artefacto que Walras denominó el Subastador (Tatonador) y que hacía exactamente lo que hemos dicho previamente: mover los precios en la dirección indicada por los excesos de demanda.

Así, supongamos que tenemos una economía como como la descrita anteriormente. Sea $p \in \mathbb{R}^n_{++}$, y definamos la demanda agregada de la economía (como función únicamente de los precios), $F(p)$ como:

$$F(p) = \sum_{i=1}^{I} f^i(p)$$

y la función de exceso de demanda (como función unicamente de los precios) como:

$$Z(p) = (Z_1(p), Z_2(p), ..., Z_L(p)) = F(p) - \sum_{i=1}^{I} w^i$$

Nota técnica 10 *La función exceso de demanda caracteriza unívocamente los precios de equilibrio. Es decir,* $p \in \mathbb{R}^n_{++}$ *es un equilibrio Walrasiano sí y solo si* $Z(p) = 0$.

Proposición 14 *La función exceso de demanda satisface:*

1. *Es continua como función de los precios.*
2. *Es homogénea de grado cero en los precios.*
3. *Satisface* $p \cdot Z(p) = 0$. *Ésta ecuación es una forma equivalente de la ley de Walras.*

Ejercicio 36 *Demuestre que la propiedad* 3 *es equivalente a la ley de Walras.*

Como la función exceso de demanda es también homogénea de grado cero. Por lo tanto, vamos a normalizar los precios de tal forma que estos se encuentren en el simplejo $L-1$ dimensional estrictamente positivo $\Delta^{L-1}_{++} = \left\{ p \in \mathbb{R}^L_{++} : \sum_{l=1}^{L} p_l = 1 \right\}$.

Lo que el subastador va a hacer es subir los precios de aquellos bienes l para los cuales $Z_l(p) > 0$ (exceso de demanda) y bajar los precios de aquellos para los cuales $Z_l(p) < 0$ (exceso de oferta).

La forma más sencilla de lograr esto sería la siguiente. Ante los precios p el subastador reaccionaría definiendo los nuevos precios:

$$p' = p + Z(p)$$

Aquí, sin embargo, el subastador encontraria dos problemas. Para un bien con un "gran" exceso de oferta, el precio p'_l que él definiría sería negativo. Y por otro, si $p \in \Delta^{L-1}_{++}$, $p' = p + Z(p) \notin \Delta^{n-1}_{++}$ excepto cuando $Z(p) = 0$. Para evitar estos problemas, utilizaremos la siguiente modificación del mecanismo de ajuste. Sea $T : \Delta^{L-1}_{++} \to \Delta^{L-1}_{++}$ definida por:

$$T(p) = \frac{1}{\sum\limits_{l=0}^{L} (p_l + \max\{0, Z_l(p)\})} (p_1 + \max\{0, Z_1(p)\}, ..., p_L + \max\{0, Z_L(p)\})$$

Ejercicio 37 *¿Sigue siendo cierto que cuando existe un exceso de demanda por un bien el subastador Walrasiano aumenta el precio de este?*

Utilizando la definición anterior del mecanísmo de ajuste del subastador Walrasiano, es relativamente sencillo identificar los precios de equilibrio.

Proposición 15 (Teorema de Existencia del Equilibrio) *Sea $\mathcal{E} = \left(\mathcal{I}, \left(u^i, \omega^i\right)_{i \in \mathcal{I}}\right)$ una economía que satisface las propiedades usuales. Obsérvese que, si la función exceso de damanda es continua, entonces la función de ajuste del subastador Walrasiano T, también es continua. Además, si T tiene un punto fijo $p^* \in \Delta_{++}^{n-1}$, entonces $Z(p^*) = 0$.*
Prueba. *Como p^* es punto fijo de T entonces, $p_l^* = \frac{1}{\sum_{l=0}^{L}\left(p_l^* + \text{máx}\{0, Z_l(p^*)\}\right)}\left(p_l^* + \text{máx}\{0, Z_l(p^*)\}\right)$ para todo l. Multiplicando por $Z_l(p^*)$ en ambos lados y sumando sobre todos los bienes podemos utilizar la ley de Walras y obtenemos que $\sum_{l=0}^{n}\left(\text{máx}\{0, Z_l(p^*)\}\right) Z_l(p^*) =$ 0, luego $Z(p^*) \leq 0$. Ahora, usando la ley de Walras de nuevo y el hecho de que $p^* \in \mathbb{R}_{++}^n$, entonces $Z(p^*) = 0$.* ■

Por supuesto, la dificultad radica en demostrar la existencia del punto fijo. Intuitivamente una aproximación sería aplicar el el Teorema del Punto de Fijo (Teorema 17) sin embargo, si bien el conjunto Δ_{++}^{L-1} es convexo, este no es compacto (es acotado pero no es cerrado) pues nosotros hemos desarrollado toda la teoría asumiendo que los precios son estrictamente positivos.

11.2. Existencia II

Una forma alternativa de probar la existencia del equilibrio Walrasiano en una economía de intercambio es utilizando el siguiente teorema (conocido como el teorema de existencia de ceros de campos vectoriales o el teorema de la "peineta"). En realidad, se puede demostrar que este teorema esta intimamente relacionado con el teorema del punto fijo de la sección anterior sin embargo, en esta forma, nos permitirá dar una demostración esencialmente geométrica del teorema de existencia del equilibrio. Para esto, definamos la esfera $L-1$ dimensional estrictamente positiva como el conjunto:

$$S_{++}^{L-1} = \{(p_1, p_2, ..., p_L) \in \mathbb{R}_{++}^L \mid \sum_{l=1}^{L} p_l^2 = 1\}$$

Teorema 18 *Sea $f : S_{++}^{L-1} \to R^L$ un campo vectorial contínuo que apunta hacia dentro. Es decir, $f(p) \cdot p = 0$ (f es un campo vectorial) y si $\{p_n\}_{n=1,...}$ es una sucesión de precios en S_{++}^{L-1} tal que $p_n \to p \in \partial S_{++}^{L-1}$ entonces $\{f(p_i)\}_{i=1...}$, es una sucesión no acotada por encima (f apunta hacia ."dentro"). Entonces f tiene un cero en S_{++}^{L-1}. Es decir, existe $p^* \in S_{++}^{L-1}$ tal que $f(p^*) = 0$.*

Con la ayuda de este teorema podemos dar una demostración del teorema de existencia del equilibrio. Por la ley de Walras, obsérvese que para todo $p \in \mathbb{R}^n_{++}$, $Z(p) \cdot p = 0$ luego la función exceso de demanda es un campo de vectores. Puesto que Z es continua y su comportamiento en el borde de la esfera $L-1$ dimensional es como en el teorema anterior, entonces Z tiene un cero y este es un equilibrio Walrasiano.

11.3. El teorema SMD

De manera independiente, tres economistas, Hugo Sonnenschein, Rolf Mantel y Gerard Debreu, estudiaron las propiedades que la estructura habitual del modelo de equilibrio general impone en la función de exceso de demanda agregada, Z. Es decir, ellos se preguntaron hasta que punto una economía $\mathcal{E} = \left(\mathcal{I}, \left(u^i, \omega^i\right)_{i \in \mathcal{I}}\right)$ que satisface las condiciones usuales, caracteriza la función exceso de demanda. La respuesta que ellos dieron a este problema fué negativa. Es decir, ellos encontraron que el hecho de que la función de demanda proviniera de una economía que satisface las propiedades usuales imponia muy pocas restricciones sobre la función exceso de demanda. En particular, estas son:

1. La función exceso de demanda (como una función de precios) es una función continua.

2. La función exceso de demanda (como función de precios) es homogénea de grado cero.

3. La función exceso de demanda satisface la ley de Walras. Para todo $p \in \mathbb{R}^n_{++}$,
$$\sum_{l=1}^{n} p_l Z_l(p) = 0$$

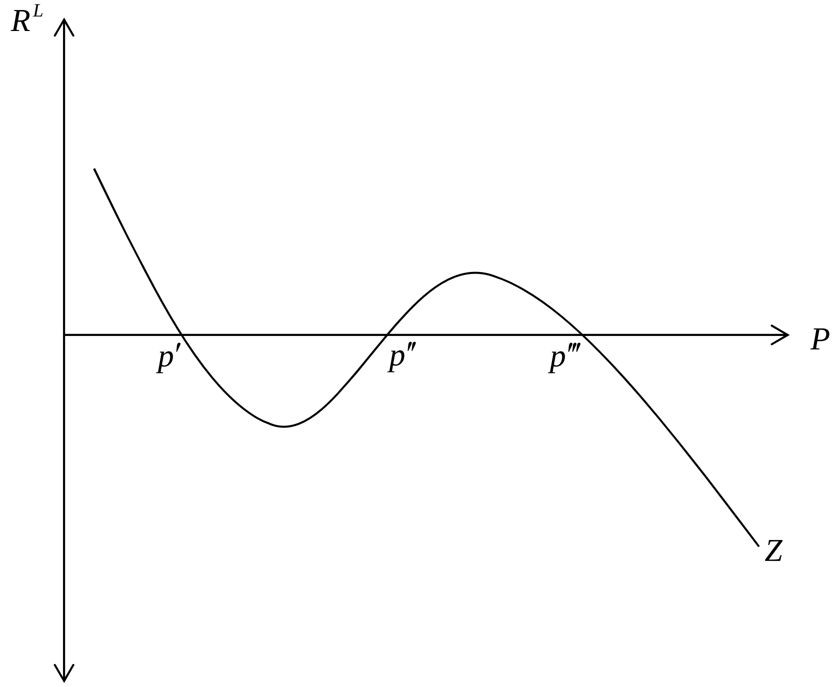
El resultado que Sonnenschein, Mantel y Debreu obtuvieron puede resumirse informalmente de la siguinete manera. Dada cualquier función definida $f : \mathbb{R}^n_{++} \to \mathbb{R}^n$, que satisfaga las tres propiedades anteriores, existe una economía $\mathcal{E} = \left(\mathcal{I}, \left(u^i, \omega^i\right)_{i \in \mathcal{I}}\right)$, con por lo menos un número mayor o igual de agentes que de bienes de consumo, que satisface las propiedades habitulaes y tal que la función f es igual a la función exceso de demanda Z de la economía $\mathcal{E}$.

Este resultado se conoce como el teorema Sonnenschein, Mantel y Debreu (o SMD). A continuación vamos a utilizar este resultado para estudiar otras propiedades positivas del modelo de Equilibrio General.

11.4. Unicidad

Lo primero que se concluye del teorema de SMD es que no hay por qué esperar que el equilibrio sea único: no hay ninguna razón por la cual la función Z de una economía sólo deba tener un precio p normalizado tal que $Z(p) = 0$.

Por ejemplo, ignorando la dimensionalidad del problema, uno podría tener que Z es como en el siguiente gráfico.[12]

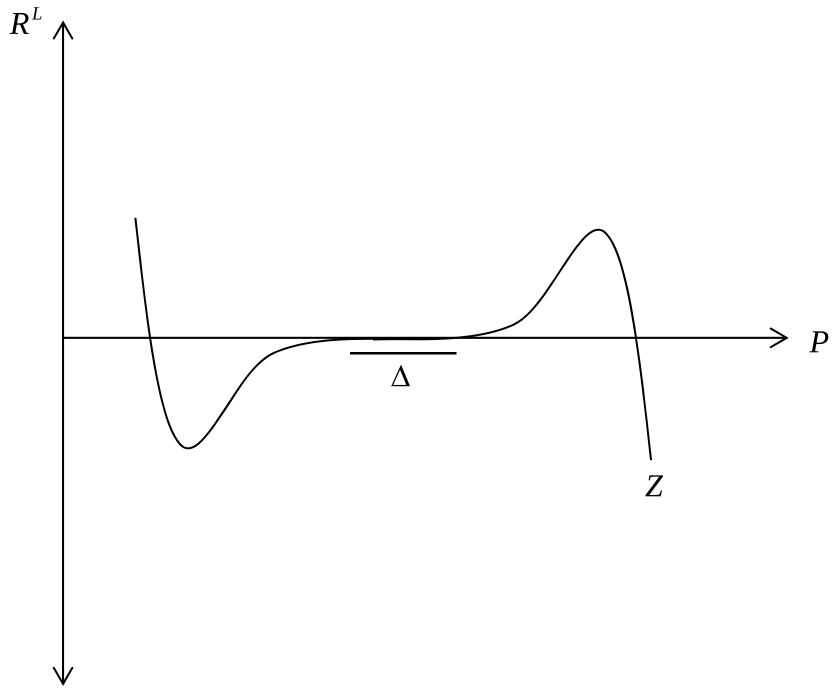


En cuyo caso tendríamos tres precios (normalizados) de equilibrio. Esto no debería resultar sorprendente. Por una parte, nosotros ya hemos obtenido multiplicidad de equilibrios en algunos de nuestros ejemplos; y por otra, los teoremas de punto fijo, como el que utilizamos para demostrar existencia, aseguran que existe por lo menos un punto fijo pero no que sea necesariamente único.

De hecho, Arrow demostró que las condiciones para que el equilibrio sea único son extremas (básicamente, que todos los agentes tengan funciones de utilidad Cobb-Douglas). Debreu, sin embargo, estaba preocupado por un problema más complicado. Nada garantiza que la función Z no sea como a continuación:

En cuyo caso uno tendría un número infinito de equilibrios, y lo que es más grave, tendría un continuo de equilibrios. El problema sería que en una situación

[12]¿Por qué? Supongamos que tenemos dos bienes. El eje x representa el precio relativo entre los dos bienes. El eje y representa el exceso de demanda de uno de los dos bienes. Por la ley de Walras, esta gráfica determina la función exceso de demanda del otro bien y, por construcción, esta función exceso de demanda satisface las tres condiciones del teorema de SMD.



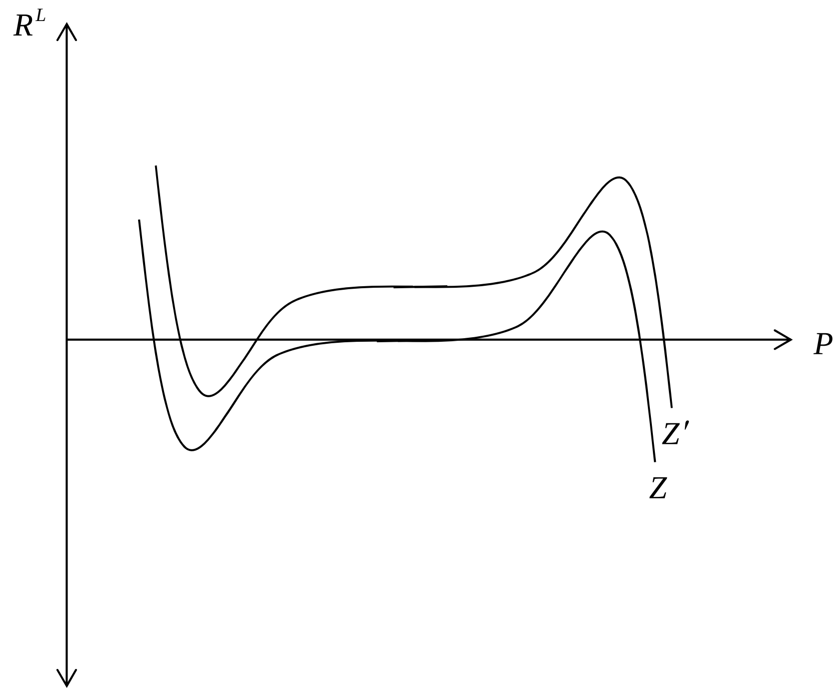
como esta los equilibrios ni siquiera son únicos en un sentido local: ¡se encuentran infinitamente cerca! Debreu demostró, sin embargo, que esto “casi nunca” pasa. De manera informal supongamos que las dotaciones de la economía no hubieran sido las que generaron el gráfico Z anterior, sino otras levemente diferentes. Uno entonces, esperaría una función Z' como a continuación:

donde sólo un número finito de equilibrios (todos ellos aislados) se presenta. Necesitaría uno una tremenda coincidencia para que fuera Z y no Z' la función de demanda agregada de la economía.

En síntesis, no hay razón para esperar que el Equilibrio General sea único, pero casi siempre uno encuentra que es localmente único.

Ejemplo 29 *(Mas-Colell et. al.) Considere la siguinete economía.* $L = 2$, $I = 2$, $w^1 = (2, r)$, $w^2 = (r, 2)$ *y* $r = 2^{\frac{8}{9}} - 2^{\frac{1}{9}} > 0$. *Las funciones de utilidad son:*

$$\begin{aligned} u^1(x_1, x_2) &= x_1 - \frac{x_2^{-8}}{8} \\ u^2(x_1, x_2) &= -\frac{x_1^{-8}}{8} + x_2 \end{aligned}$$



Es fácil ver que los precios de equilibrio deben satisfacer:

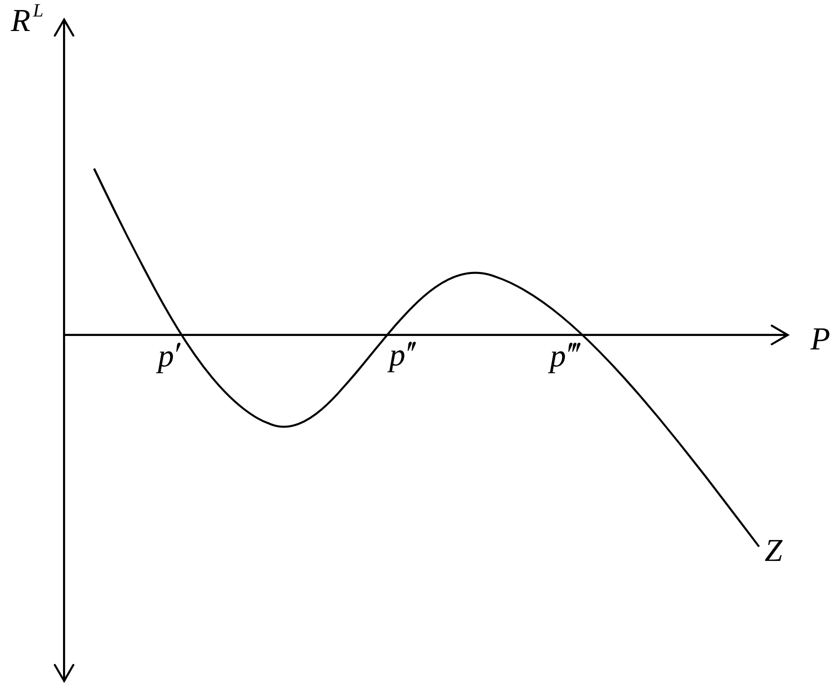
$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{1}{9}} + 2 + r\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-1} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{8}{9}} = 2 + r$$

luego $\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{2}, 1$ *y* 2 *son precios de equilibrio.*

11.5. Estabilidad

Como ya hemos dicho, la definición de Equilibrio General carece de un mecanismo natural que explique cómo evoluciona la economía cuando uno se encuentra por fuera de equilibrio. Hemos propuesto el mecanismo del subastador Walrasiano, que, sin ser natural, parece aceptable. Nótese, sin embargo, que bajo este mecanismo el equilibrio general no tiene por qué ser estable (aún localmente). Como vimos anteriormente, del Teorma de SMD se sigue que Z puede ser como a continuación:

p'', aún siendo un equilibrio, ¡no es estable bajo el subastador Walrasiano!



11.6. Refutabilidad

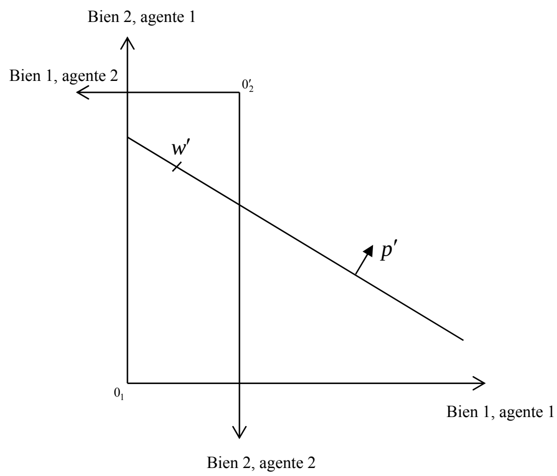
Note cómo hemos utilizado hasta ahora el teorema de SMD. Hemos aprovechado el resultado para argumentar que no podemos descartar funciones exceso de demanda agregada, a pesar de lo "mal comportadas" que éstas puedan resultar. Pareciera como si cualquier cosa fuera compatible con la teoría del equilibrio general, como si uno nunca pudiera refutar la hipótesis de equilibrio general.

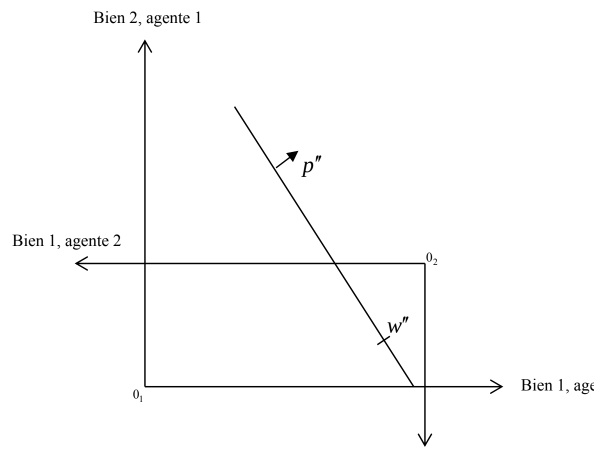
Esto resultaría problemático, pues según una importante corriente epistemológica conocida como "falsificacionismo", sólo las teorías que son refutables son conocimiento científico.

En efecto, durante mucho tiempo los economistas creíamos que del teorema de SMD se desprendía que la hipótesis de equilibrio general no era refutable.

Muy recientemente se ha demostrado que esto no es así. Cuando uno utiliza el teorema de SMD está manteniendo las dotaciones fijas y permitiendo sólo a los precios variar. Donald Brown y Rosa Matzkin han demostrado que si uno permite que las dotaciones sean observables, uno puede refutar la hipótesis de equilibrio general. Es decir, la existencia de una economía que satisface las propiedades usuales y tal que sus equilibrios sean consistentes con los datos observados.

Por ejemplo, tomemos una economía 2×2 en la que se han observado las siguientes dotaciones y precios:





Sobreponiendo los dos gráficos, obtenemos las asignaciones que serían factibles en cada caso como equilibrio general (las partes más gruesas de cada gráfico).

Claramente, tales observaciones son inconsistentes con maximización individual. Más aún, no es posible que el agente 1 satisfaga el axioma débil de las preferencias reveladas. Esto implica que es imposible que dadas las observaciones de dotaciones y precios, al mismo tiempo los agentes maximizen su bienestar y los mercados se agoten: ¡es posible refutar la hipótesis de Equilibrio General!.

12. Análisis normativo del equilibrio Walrasiano

12.1. Los teoremas fundamentales de la economía del bienestar

En esta sección analizamos las relaciones existentes entre las asignaciones de equilibrio Walrasiano y la eficiencia de Pareto.

12.1.1. El primer teorema

Recordemos los ejemplos 26 y **??** y los ejercicios que les siguieron. Allí observamos que las asignaciones de equilibrio competitivo eran todas eficientes de Pareto. Nuestro primer resultado es que esto no es una coincidencia:

Teorema 19 (El primer teorema fundamental de la economía del bienestar) *Dada una economía de intercambio con preferencias neoclásicas, si* $\left(p, \left(x^1, x^2, ..., x^I\right)\right)$ *es un equilibrio Walrasiano, entonces* $\left(x^1, x^2, ..., x^I\right)$ *es eficiente en el sentido de Pareto.*

Muchos de los resultados de la teoría del equilibrio general requieren métodos matemáticos muy complejos para su demostración formal. Este teorema, a pesar de su importancia, es una notable excepción, razón por la cual a continuación presentamos su prueba completa.

Prueba. Supongamos que $\left(p, \left(x^1, x^2, ..., x^I\right)\right)$ es un equilibrio Walrasiano, pero $\left(x^1, x^2, ..., x^I\right)$ no es eficiente en el sentido de Pareto. Entonces, existe $\left(\widehat{x}^1, \widehat{x}^2, ..., \widehat{x}^I\right)$ tal que:

1. $\sum_{i=1}^I \widehat{x}^i = \sum_{i=1}^I w^i$
2. Para todo i, $u^i\left(\widehat{x}^i\right) \geqslant u^i\left(x^i\right)$
3. Para algún i^*, $u^{i^*}\left(\widehat{x}^{i^*}\right) > u^{i^*}\left(x^{i^*}\right)$

Por definición de equilibrio, se sigue de la condición (3) que $p \cdot \widehat{x}^{i^*} > p \cdot x^{i^*}$, mientras que la condición (2) implica que, para todo i, $p \cdot \widehat{x}^i \geqslant p \cdot x^i$. Sumando para todos los agentes, obtenemos que

$$\sum_{i=1}^I p \cdot \widehat{x}^i > \sum_{i=1}^I p \cdot x^i$$

de donde se deduce que

$$p \cdot \sum_{i=1}^I \widehat{x}^i > p \cdot \sum_{i=1}^I x^i = p \cdot \sum_{i=1}^I w^i$$

lo cual contradice la condición 1. ■

El punto de la demostración es simple: asignaciones que serían preferibles para los consumidores deben costar más y, por tanto no pueden ser factibles si nos encontramos en equilibrio general.

El teorema es de fundamental importancia para las autoridades de política económica: si una economía satisface los supuestos del modelo de equilibrio Walrasiano y se encuentra en equilibrio, las medidas de política económica que pretendan mejorar el bienestar de algún individuo, manteniendo las dotaciones fijas, necesariamente irán en detrimento del bienestar de alguien más. Esta idea no es para nada nueva: ¡es lo que Adam Smith llamaba la "Mano Invisible"!

Nota técnica 11 *En la demostración hemos utilizado el supuesto de que cualquier cantidad positiva, por pequeña que sea, de cualquier bien mejora el bienestar de cualquier agente. Esto lo hemos hecho para descontar la posibilidad de que los agentes tengan curvas de indiferencia gruesas. Un ejercicio interesante sería mostrar que, aún en una economía 2×2, si un agente tiene curvas de indiferencia gruesas la conclusión del teorema no se cumple.*

Ejercicio 38 *Una asignación factible de recursos en una economía se dice libre de envidia si ningún agente preferiría estrictamente tener la asignación que a otro le corresponde.*

1. *¿Cómo podríamos redistribuir la dotación total de la economía, de tal manera que el equilibrio resultante bajo competencia perfecta sea libre de envidia y eficiente de Pareto?*

2. *Una asignación es justa (fair) si es, a la vez, libre de envidia y eficiente en sentido de Pareto. En una caja de Edgeworth, demuestre que las asignaciones libres de envidia no necesariamente son justas.*

12.1.2. El segundo teorema

En el primer teorema la pregunta es si una asignación de equilibrio es eficiente. El segundo teorema se plantea la pregunta inversa: si tomamos una asignación eficiente, ¿podemos garantizar que esta sea de equilibrio competitivo?

La respuesta a la pregunta así planteada es obviamente negativa: dadas unas dotaciones, ya sabemos que hay asignaciones que, aun siendo eficientes, no podrían resultar de intercambios voluntarios. El punto está en si mantenemos las dotaciones iniciales fijas o permitimos redistribuciones de ellas (que no alteren la dotación agregada). El segundo teorema fundamental de economía del bienestar resuelve este problema: bajo nuestros supuestos, si permitimos redistribución de las dotaciones iniciales, entonces cualquier asignación eficiente puede ser implementada en un equilibrio general. Formalmente:

Teorema 20 (El segundo teorema fundamental de economía del bienestar) *Dada una economía constituída por preferencias $\left(u^1, u^2, ..., u^I\right)$ y dotaciones $\left(w^1, w^2, ..., w^I\right)$, si $\left(x^1, x^2, ..., x^I\right)$ es una asignación eficiente entonces existe una redistribución de las dotaciones $\left(\widehat{w}^1, \widehat{w}^2, ..., \widehat{w}^I\right)$ y unos precios $p = (p_1, p_2, ..., p_L)$ tales que:*

1. $\sum_{i=1}^{I} \widehat{w}^i = \sum_{i=1}^{I} w^i$

2. $\left(p, \left(x^1, x^2, ..., x^I\right)\right)$ *es un equilibrio Walrasiano de la economía constituída por preferencias* $\left(u^1, u^2, ..., u^I\right)$ *y dotaciones* $\left(\widehat{w}^1, \widehat{w}^2, ..., \widehat{w}^I\right)$.

La implicación del teorema es que si una autoridad de política económica desea imponer una asignación eficiente, no necesita cerrar los mercados. Por el contrario, puede limitarse a redistribuir las dotaciones (política fiscal) de manera adecuada y luego permitirle a los mercados actuar, pues éstos deberían llevar a la economía a la asignación deseada.

Infortunadamente, y en contraste con el caso de primer teorema, la prueba de este segundo teorema es muy complicada y nos vamos a limitar a una ilustración gráfica en el caso 2×2. El argumento es simple. Considere la siguiente gráfica:

La asignación x, aunque eficiente, no puede ser de equilibrio con las dotaciones iniciales w (¿por qué no?). Sin embargo, si trazamos la tangente a ambas curvas de indiferencia en el punto x, es claro que simplemente con redistribuir las dotaciones a un punto sobre esta recta, como por ejemplo $\widehat{w}$, o el mismo punto x, obtenemos que los precios p, que están implícitos en la pendiente de esta tangente, y la asignación x son equilibrio bajo las nuevas dotaciones.

Este teorema tampoco está libre de supuestos. En este caso, la forma de las curvas de indiferencia es clave. Si, contrario a nuestros supuestos, las curvas de indiferencia del agente 1 fueran como a continuación,

entonces la conclusión del teorema no aplicaría, como podemos ver en el siguiente gráfico:

Aquí, la asignación $x = \left(x^1, x^2\right)$ es punto de Pareto. Para "convencer" al agente 2 de demandar x^2, necesitaríamos unas dotaciones como $\widehat{w}$ y los precios p. Sin embargo, el agente 1 no querría demandar x^1 bajo su restricción presupuestal correspondiente, pues una canasta como $a = (a_1, a_2)$ le resultaría superior y factible.

12.1.3. El equilibrio general y el núcleo

Otra observación casual de los ejemplos 27 y **??** (y los ejercicios que les siguieron) fue que, aparentemente, las asignaciones de equilibrio pertenecen al núcleo de la economía. Esto es efectivamente así:

Teorema 21 *Dada una economía como la que hemos descrito, si* $\left(p, \left(x^1, x^2, ..., x^I\right)\right)$ *es un equilibrio general, entonces* $\left(x^1, x^2, ..., x^I\right)$ *pertenece al núcleo de la economía.*

Prueba. Si uno entiende la prueba del teorema 19, le debe resultar sencillo demostrar este resultado. ■

Ejercicio 39 *Demostrar el anterior teorema y responder a las siguientes preguntas.*

1. *Es necesario suponer que las preferencias son neoclásicas para la validez del resultado?*

2. *Es necesario que las funciones de utilidad que representan las preferencias sean continuas?*

3. *Es necesarios que la función de utilidad sea cuasicóncava?*

4. *Es necesario que la función de utilidad sea monótona?*

Teorema 22 *Dada una economía de intercambio constituída por preferencias* $\left(u^1, u^2, ..., u^I\right)$ *y dotaciones* $\left(w^1, w^2, ..., w^I\right)$*, si la asignación* $\left(x^1, x^2, ..., x^I\right)$ *está en el núcleo de la economía, entonces existe una redistribución de las dotaciones* $\left(\widehat{w}^1, \widehat{w}^2, ..., \widehat{w}^I\right)$ *y unos precios* $p = (p_1, p_2, ..., p_L)$ *tales que:*

1. $\sum_{i=1}^{I} \widehat{w}^i = \sum_{i=1}^{I} w^i$

2. $\left(p, \left(x^1, x^2, ..., x^I\right)\right)$ es un equilibrio Walrasiano de la economía constituída por preferencias $\left(u^1, u^2, ..., u^I\right)$ y dotaciones $\left(\widehat{w}^1, \widehat{w}^2, ..., \widehat{w}^I\right)$.

Prueba. Queda como ejercicio. ■

Lo que el teorema quiere decir es que ningún individuo ni grupo de individuos puede obtener para sí o para sus miembros una mejora, simplemente con aislarse del intercambio de equilibrio. Puesto de otra forma, el resultado es, estando en una situación de equilibrio, uno les propusiera a los agentes que hicieran trueques para mejorar sus situaciones, no habría ningún incentivo para estos trueques: en el equilibrio, las posibles ganancias del intercambio se han agotado.

Hemos encontrado que las asignaciones de equilibrio pertenecen al núcleo, pero también habíamos visto en nuestros ejemplos que hay asignaciones en el nucleo que no son de equilibrio competitivo para unas asignaciones dadas.

Lo que vamos a intentar ahora, sin embargo, va en otra dirección. Nótese que de la misma definición de núcleo uno intuye que al aumentar el número de agentes de la economía el núcleo de ésta se "reduce," pues al entrar nuevos agentes hay más coaliciones que pueden presentar objeciones.[13] Debreu y Herbert Scarf se plantearon este preciso problema: (i) ¿es cierto que el núcleo se "reduce" cuando aumenta el número de agentes? y (ii) si llevamos a infinito el número de agentes, ¿quedarán en el núcleo asignaciones que no son de equilibrio?

Para una forma muy particular de aumentar el número de agentes, las respuestas a las anteriores preguntas fueron, respectivamente, afirmativa y negativa.

El aumento de agentes que ellos consideraron fue simplemente la replicación de los agentes existentes. Su resultado es muy difícil de explicar formalmente,

[13] Utilizamos la palabra "reduce" en un sentido intuitivo, pues al entrar más agentes cambia la dimensión del espacio en el cual está definido el núcleo.

pero a continuación vamos a dar un argumento intuitivo que está muy lejos de ser perfecto. Consideremos una economía de 2×2, como la habitual:

El punto a está en el núcleo. Sin embargo, los agentes preferirían una situación en la que el agente 1 consume en c y el agente 2 en b. ¿Por qué no tienen ellos estos consumos? Porque no es posible: habría exceso de demanda por el bien 1 y exceso de oferta del 2.

Ahora, si a esta economía llegara una réplica del agente 1, quien tiene "mucho" del bien 1 y "poco" del bien 2, en el sentido de que cuando él consume en c es oferente neto de 1 y demandante neto de 2, entonces una asignación como (c, c, b) sería factible para la coalición $\{1, \text{réplica de } 1, 2\}$ y sería más deseable que la que está implícita en el punto a. La existencia de la réplica del agente 1 "eliminaría" la asignación a del núcleo.

12.1.4. La paradoja de las transferencias

Finalmente, nos ocupamos de un resultado que muestra cómo las políticas económicas pueden arrojar resultados diferentes a su propósito, si no se acompañan de un buen entendimiento de la economía. Este tipo de resultados fue inicialmente propuesto por Edgeworth, pero tuvo muy poca aceptación, pues iba en contra de la intuición común de la época. Hoy sabemos que las ideas de Edgeworth eran correctas.

Consideremos una situación de equilibrio en una economía 2×2 como a continuación.

Donde se nota que en equilibrio el agente 1 es oferente neto del bien 1 y demandante neto del bien 2.

Supongamos que, por alguna razón, la autoridad de política económica decide que debe mejorar el bienestar del agente 1. Por supuesto, la autoridad no puede aumentar la dotación agregada inicial de la economía (es decir, no puede agrandar la Caja de Edgeworth). La única herramienta de política disponible a la autoridad es la redistribución de las dotaciones iniciales. Supongamos que la autoridad realiza una política que, al menos inicialmente, parece adecuada: va a tomar de la dotación inicial del agente 2 cierta cantidad de cada bien y la va a transferir al agente 1. Al ser más rico, la autoridad espera que la situación del agente 1 sea mejor después de esta redistribución.

Wassily Leontief fue el primero en llamar la atención acerca de los riesgos de este razonamiento. El resultado fue posteriormente demostrado, en toda formalidad, por Marie-Paule Donsimoni y Herakles Polemarchakis. El argumento es el siguiente: supongamos que para el agente 1 el bien 1 es inferior y para el agente 2 este mismo bien es normal. Cuando se produce la transferencia de dotaciones, es decir a los precios p, la riqueza del agente 1 aumenta y la del agente 2 disminuye. Dado esto y nuestros supuestos acerca de las preferencias de los agentes, la demanda agregada por el bien 1 debe disminuir y, con ello, su precio relativo debe caer. ¡El problema es que el precio relativo del bien que el agente 1 ofrece a la economía está cayendo mientras que el de el bien que él demanda está aumentando! No hay ninguna razón para descartar la posibilidad de que a los nuevos precios la riqueza del agente 1 no sea suficiente para comprar la canasta que él demandaba en el equilibrio anterior a la implementación de la política.

En la gráfica, lo que estamos diciendo es que con las dotaciones w', podría ocurrir que el nuevo equilibrio sea (p', x') en cuyo caso el agente 1 se encuentra peor que son el equilibrio de las dotaciones w.

12.2. El núcleo de economías grandes