8. Elección individual con incertidumbre

- En esta parte nos vamos a concentrar en el problema de decisión con incertidumbre desde un punto de vista muy básico. Es decir, vamos a volver a plantearnos el problema de decisión individual que abordamos al comienzo de las notas pero suponiendo que los agentes pueden tener cierta incertidumbre sobre el conjunto de alternativas.

- El concepto de incertidumbre tiene muchas dimensiones. Desde el punto de vista de la teoría de elección es importante diferenciar por lo menos dos formas de incertidumbre: objetiva (denominada comúnmente riesgo) y subjetiva. La incertidumbre de tipo objetivo está asociada a los casos en los que desconocemos el resultado futuro de cierto evento que afecta nuestra utilidad (y por lo tanto nuestras decisiones) pero conocemos la probabilidad con la que pueden suceder. Ejemplos típicos son un agente que se enfrenta a la decisión de apostar o no en ciertos juegos de azar (ruleta, máquinas, loterias, etc.). Por eso, este tipo de incertidumbre se denomian objetiva pues los agentes conocen o pueden deducir la distribución con la que suceden los eventos de interés. Decisiones en las que desconocemos la probabilidad de ocurrencia de lo eventos de interés y apenas tenemos una creencia sobre la ocurrencia de los mismos, se conoce como incertidumbre subjetiva. En estos casos incluso distintos agentes pueden tener creencias distintas sobre la ocurrencia de los eventos. Ejemplos típicos son una carreara de caballos o la casi infinidad de decisiones a las cuales se enfrentan los agentes económicos. Por ejemplo, decisiones sobre invertir en un proyecto depende de muchas contingencias macroeconómicas futuras o incluso, incertidumbre de tipo legal, regulatorio, etc. que afectan directamente la rentabiliadad de la inversión.

  El siguiente ejemplo pone de manifiesto la diferencia entre los conceptos de incertidumbre subjetiva y objetiva. En particular, el ejemplo sugiere que los individuos tiene cierta preferencia por loterias que se conozca su riesgo encompración a loterias que pagan mejores premios pero sobre las que existe cierta incertidumbre subjetiva.

  Ejemplo 16 (Paradoja de Ellsberg) *Una urna contiene 90 bolas donde 30 son rojas. El resto de las bolas son amarillas o negras y su distribución es desconocida. Algunas personas fueron sometidas a una apuesta. Apuesta A: Quien saque una bola roja gana una cantidad monetaria, las amarillas y las negras pierden. Apuesta B: Quien saque una bola amarilla gana, el resto pierde. La mayoría de las personas optan por la A. Después cambiamos las apuestas de una manera que en ambos casos, las bolas negras son desde ahora ganadoras. Apuesta C: Quien saque una bola roja o negra gana, las amarillas pierden. Apuesta D: Quien saque una bola amarilla o negra gana, las rojas pierden. En este caso, la mayoría de las personas escogen la D. Lo cual entra en contradicción con la desición* *anterior de escoger la apuesta A, a pesar de que la bola negra es ganadora en ambas C y D, lo cual no aporta diferencia alguna. Ellsberg explica éste resultado en términos de la diferencia entre el riesgo e incertidumbre. Las personas sometidas a estas escogencias suponen prudentemente que la distribución desconocida entre bolas rojas y amarillas pueden traerles desventaja y por lo tanto escogen en ambas ocasiones bajo el riesgo conocido (1/3 en la primera prueba, 2/3 en la segunda).*

- Esta sección se limita al estudio del primer tipo de incertidumbre sin embargo, existe una extensión un poco más compleja de la teoría que permite incomporar ambas forma de incertidumbre. La segunda forma de incertidumbre es la más importante para el estudio de la actividad económica. Hay que tener en cuenta que una parte importante de la inferencia estadística tiene como objeto modelar la incertidumbre de forma objetiva de tal forma que se aplique la teoría que se expone en esta sección. Un ejemplo importante es la teoría de selección óptima de portafolios que estudiaremos más adelante.

- Supongamos que tenemos un conjunto X de resultados posibles que también los llamaremos premios. Estas pueden ser candidatos presidenciales, canastas de consumo como en la teoría del consumidor, etc. Para simplificar vamos a suponer que tenemos un número finito de resultados: $X = \{x_1, ..., x_n\}$.

- Sea $P(X)$ el conjunto de todas las distribuciones de probabilidad sobre X (también denominado el conjunto de loterias simples). Esto es, un elemento p del conjunto $P(X)$, es una función $p : X \to [0, 1]$, que llamaremos loteria (simple), tal que $\sum\limits_{k=1}^{n} p(x_k) = 1$. Una forma de representar una distribución de probabiliad p sobre X es mediante el vector $p = (p_1, ..., p_n)$, donde p_i representa la probabilidad de obtener el premio x_i. Utilizaremos ambas representaciones de $P(X)$ de forma intercambiable.

- Dadas k loterias p^i, $i = 1, ...K$; e igual número de números reales α^k, $i = 1, ...K$ tales que $\alpha^k \geq 0$, $\sum\limits_{k=1}^{n} \alpha^k = 1$ definimos una nueva loteria: $\sum\limits_{k=1}^{n} \alpha^k p^k$.

- Supongamos que los agentes tienen preferencias $\succeq$ sobre $P(X)$ y definamos las siguientes loterias. Dado $x \in X$ definimos la loteria $\delta_x \in P(X)$ como que $\delta_x (x') = 1$ si $x' = x$ y cero de lo contrario.

- En resumen, vamos a modelar un consumidor mediante una estructura de escogencia de la forma $(P(X), \succsim, \mathcal{B})$ donde $P(X)$ es el nuevo espacio de escogencia, $\succsim$ es una relación binaria sobre $P(X)$ y $\mathcal{B}$ es una familia de subconjuntos de $P(X)$.

- Recordemos que en las primeras secciones cuando hablamos de teoría del consumidor introdujimos ciertos axiomas sobre las preferencias que económicamente eran plausibles y a partir de los cuales podíamos deducir resultados sobre el comportamiento de los agentes o caracterizar de forma más precisa las preferencias de estos. Por ejemplo, aprendimos que si las preferencias de un consumidor satisfacian ciertos axiomas como completititud, transitividad y continuidad, entonces es posible representar las preferencias mediante una función de utilidad.

- La definición de preferenicas racionales (es decir, completas y transitivas) es idéntica al caso sin incertidumbre luego no la vamos a repetir.

Axioma 4 (Continuidad) *Decimos que las preferencias son continuas si para todo* $p, q, r \in P(X)$ *los conjuntos:*

$$\{\lambda \in [0,1] : \lambda p + (1-\lambda)q \succeq r\}$$
$$\{\lambda \in [0,1] : r \succeq \lambda p + (1-\lambda)q\}$$

son cerrados.

- En primera instancia el anterior axioma tiene consecuencias aparentemente contradictorias. Por ejemplo, considere un conjunto de resultados de la forma: $X = \{\text{paseo en carro, quedarse en casa, accidente}\}$. Si la primera (i.e. la loteria que le asigna probabilidad uno al resultado paseo en carro) es estríctamente preferible a la segunda, la continuidad implica que una loteria que le asigna una probabilidad muy pequeña a tener un accidente junto con irse de paseo en carro, debe ser preferible a la alternativa de quedarse en casa.

- Los axiomas de racionalidad y continuidad garantizan la representabilidad de la relación de preferencias por una función de utilidad que denotaremos por $U : P(X) \to R$.

- El siguiente axioma es fundamental para el desarrollo de la teoría y también el más discutido y cuestionado sobre la base de observaciones del comportamiento en experimentos económicos.

Axioma 5 (Independencia) *La relación de preferencia* $\succeq$ *sobre* $P(X)$ *satisface el axioma de independencia si para todo* p, q *y* $r \in P(X)$ *y* $\alpha \in [0,1]$ *se cumple:*

$$p \succeq q \Leftrightarrow \alpha p + (1-\alpha)r \succeq \alpha q + (1-\alpha)r$$

- Este axioma no tiene un análogo en la teoría de elección con certidumbre.

Ejercicio 13 *Mostrar que el axioma de independencia es equivalente a para todo* p, q *y* $r \in P(X)$ *y* $\alpha \in (0,1)$ *se cumple:*

$$p \succ q \Leftrightarrow \alpha p + (1-\alpha)r \succ \alpha q + (1-\alpha)r$$

Teorema 14 *(von Nuemann y Morgenstern). Supongamos que* $\succsim$ *es una relación de preferencia* $P(X)$ *que satisface los axiomas de racionalidad, continuidad e independencia, entonces existe una función* $u : X \to R$*, que llamaremos la utilidad instantánea, tal que para todo par de loterias* p, q *sobre* X *:*

$$p \succsim q \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{n} p(x_k)u(x_k) \geq \sum_{k=1}^{n} q(x_k)u(x_k)$$

Más aún, si existe otra función $v : X \to R$ *que representa a* $\succsim$ *como una utilidad esperada entonces existen* $a > 0, b$ *números reales tal que* $v = au + b$*.*

- Obsérvese que la anterior desigualdad dice que la función $U : P(X) \to R$ definida por $U(p) = \sum\limits_{k=1}^{n} p(x_k)u(x_k)$ representa las preferencias $\succsim$. En efecto, este teorema no solo dice que si las preferencias satisfacen ciertos axiomas, estas son representable por una función de utilidad, sino que además dice que la representación tiene una forma muy particular porque $U(p)$ se puede expresar como

$$U(p) = E_p\left[u\right]$$

  donde $E_p\left[u\right]$ denota el valor esperado de la función u sobre X cuando las distribución de probabilidad sobre X es p. Por eso decimos que las preferencias tienen una representación en forma de utilidad esperada.

- Obsérvese que si U tiene una representación en forma de utilidad esperada entonces U es continua en $P(X)$. Más aún, tiene que satisfacer el axioma de independencia. Luego el teorema de Von Nuemann y Morgenstern establece exactamente el converso de las dos afirmaciones anteriores.

Ejercicio 14 *Sea* $U : P(X) \to R$ *una función que se puede representar como una utilidad esperada. Entonces las preferencias que* U *induce sobre* $P(X)$ *son continuas y satisfacen el axioma de independencia.*

- La última afirmación tiene como consecuencia que la representación en forma de utilidad esperada tiene un significado más que ordinal. En particular, las diferencias entre las utilidades de dos alternativas tiene un significado. Por ejemplo la afirmación la utilidad de p menos la utilidad de q es mayor que la diferencia entre r y s. Esta afirmación es equivalente a decir que una loteria es preferible a otra y la preferencia por una diferencia sobre otra no depende de la de la función de utilidad instantánea. Por ejemplo:

$$\frac{u(r) - u(q)}{u(q) - u(p)}$$

  es independiente de la representación utilizada.

Ejemplo 17 (Paradoja de Allais) *La paradoja de Allais (1953) es uno de los argumentos más fuertes que ponen en duda la representabilidad de las preferencias en forma de utilidad esperada (más precisamente, por el jercicio anterior, la validez del axioma de independencia). Supongamos que* $X = \{\$2{,}500{,}000, \$500{,}000.\$0\}$. *A un agente se le ofrecen las siguientes loterias:*

$$L_1 = (0, 1, 0),\ L_1' = (0{,}10, 0{,}89, 0{,}01)$$

y

$$L_2 = (0, 0{,}11, 0{,}89),\ L_2' = (0{,}10, 0, 0{,}90)$$

Las escogencia típicas frente a estas alternativas son: $L_1 \succ L_1'$ *y* $L_2' \succ L_2$. *Sin embargo estas escogencias son inconsistentes con la teoría de utilidad esperada. Para ver esto sean* $u_{2,5}$, $u_{0,5}$ *y* u_0 *las utilidades instantáneas de los tres premios. La primera escogencia implica:*

$$u_{0,5} > (0{,}10)\, u_{2,5} + (0{,}89)\, u_{0,5} + (0{,}01)\, u_0.$$

Si sumamos $(0{,}89)\, u_0 - (0{,}89)\, u_{0,5}$ *en ambos lados obtenemos* $L_2 \succ L_2'$ *una contradicción.*

Ejemplo 18 (Paradoja de Newcomb) *Considere el siguiente problema. Un ser muy inteligente (Dios) tiene la capacidad de pronósticar nuestra decisiones. Hay dos cajas. La caja uno tiene* 1,000 *pesos y la caja dos tiene un* 1,000,000 *de pesos o nada. Tenemos dos opciones. Tomar ambas cajas o tomar solamente la segunda caja. Si Dios pronóstica que vamos a escoger las dos cajas el pone cero pesos en la segunda caja. Si pronóstica que vamos a tomar únicamente la segunda caja entonces pone* 1,000,000 *de pesos. Si utilizamos algún mecanismo aleatorio para tomar la decisión no coloca nada en la segunda caja. Todo lo mencionado hasta este punto es conocimiento común. La pregunta es, qué debemos hacer?.*

La decisión con base en la teoría de juegos: Tomar ambas cajas es una estrategia dominante.

La decisión con base en la teorá de la utilidad esperada: Si Dios tiene una probabilidad alta de acertar sobre nuestra decisión entonces la alternativa que mayor utilidad esperada genera es tomar la segunda caja.

8.1. Premios monetarios

- Por simplicidad hemos desarrollado la teoría de elección individual con incertidumbre en el contexto de un conjunto de alternativas finitas. Con algunas condiciones adicionales es posible extender la teoría al caso de un conjunto de alternativas infinito. Un caso importante es cuando $X = R$. La interpretación más importante de este conjunto de alternativas es cuando éstas corresponden a niveles de ingreso monetario. En lugar de volver a construir todos los elementos de la teoría en estas circunstancias vamos hacer las siguietes hipótesis con el fin de simplificar la exposición y concentrarnos en lo verdaderamente nuevo e interesante de la extensión.

- Supongamos que $X = R$ y $u : R \to R$ es una función continua dos veces diferenciables. Sea $P(X)$ el conjunto de todas las distribuciones discretas sobre X con soporte finito. Esto es, supongamos que $p \in P(X)$ si y sólo si $p(x) = 0$ excepto para un número finito de elementos de x. En lo que resta de esta sección vamos a suponer que el agente tiene preferencias $\succeq$ representables por un función de utilidad $U : P(X) \to R$ definida por:

$$U(p) = \sum_{x \in X} p(x)u(x).$$

  Obsérvese que la sumatoria que define la función de utilidad está bien definida pues por definición $p(x) = 0$, excepto para un número finito de elementos de x.

Definición 9 *Decimos que $\succsim$ es estrictamente monótona si $x > y \Leftrightarrow \delta_x \succ \delta_y$.*

Ejercicio 15 *Mostrar que si $\succsim$ es estrictamente monótona entonces la función de utilidad (instantanea) u es estrictamente monótona.*

- Dada una loteria p denotamos por $\overline{p}$ el valor esperado de x con p. Es decir, $\overline{p} = \sum_{x \in X} p(x)x$.

Definición 10 *Decimos que el agente es averso al riesgo si y sólo si $\delta_{\overline{p}} \succeq p$ para toda loteria p.*

Proposición 7 *Para todo $p \in P(X)$, $\delta_{\overline{p}} \succsim p$ si y sólo si u es cóncava.*

Prueba. Sean x' y x' dos premios arbitrarios y definamos $p = \alpha\delta_{x'} + (1-\alpha)\,\delta_{x''}$ entonces $\delta_{\overline{p}} \succeq p \Leftrightarrow u(\overline{p}) \geq \alpha u(x') + (1-\alpha)\,u(x'') \Leftrightarrow u$ es cóncava (ver figura).
■

- Luego el consumidor es averso al riesgo si y sólo si la función de utilidad instantanea es cóncava. Decimos que el agente es neutro al riesgo si $\delta_{\overline{p}} \sim p$ y que es amante del riesgo si $\delta_{\overline{p}} \preceq p$ para toda loteria p.

Ejercicio 16 *Mostrar que el agente es neutro (amante) al riesgo si y sólo si u es una función de utilidad instantánea lineal (convexa).*

Ejemplo 19 (Paradoja de San Petersburgo) *Este ejemplo pone de manifiesto que por lo menos en ciertas circunstancias es natural suponer que los agentes son aversos al riesgo. Consideremos el siguiente juego conocido como la paradoja de St. Petersburgo. Supongamos que nos ofrecen participar de un juego del siguiente tipo. Tiramos repetidamente una moneda (no sesgada) hasta que caiga cara. Mientras la moneda caiga sello, no recibimos ninguna compensación pero si cae cara en el n-ésimo lanzamiento recibimos un pago de 2^n unidades de dinero. Es fácil mostrar que el valor esperado de esta loteria es infinito. Ciertamente la mayoría de las personas a las cuales uno les propone este juego no estarían dispuestas a pagar una cantidad muy grande por comprar esta loteria* *(pues es probable que caiga cara muy rápido y por lo tanto no compense la inversión). Esto es paradójico pues el valor esperado del premio es infinito y sin embargo una persona común no estaría dispuesta a pagar mucho para participar de este juego. Luego, probablemente no es una buena hipótesis que los agentes valoran esta loteria según su pago esperado (como si fueran neutrales al riesgo). Supongamos ahora que el agente valora una cantidad de dinero x según su raíz cuadrada. Esto es, $u(x) = \sqrt{x}$. Si calculamos ahora el valor esperado de la loteria cuando el agente tiene esta función de utilidad instantánea, es fácil ver que este valor esperado es finito. Esto resuelve"la paradoja e insinua que un mejor modelo de las preferencias de los agentes es uno en el cual éstos son aversos al riesgo (i.e., función de utilidad instantánea cóncava).*

Ejercicio 17 *Verificar las afirmaciones hechas en el anterior ejemplo.*

Definición 11 *(Equivalente determinístico). Dada una loteria p definimos el equivalente determinístico como un $x_p \in X$ tal que $\delta_{x_p} \sim p$ y la prima de riesgo y_p como $y_p = \overline{p} - x_p$.*

Ejercicio 18 *Mostrar que un agente es averso al riesgo si y sólo si para todo p, $y_p \geq 0$.*

- Intuitivamente, para un agente averso al riesgo, la prima de riesgo es el ingreso adicional sobre el equivalente determinístico de una loteria que hay que prometerle al agente para que éste sea indiferente entre el equivalente determinístico más la prima o el valor esperado de la loteria con certeza.

- Como vimos en una de las proposiciones anteriores, la concavidad de la función de utilidad esta relacionada con la aversión al riesgo. Es posible ir un poco más lejos y cuantificar qué tan averso al riesgo es un agente si suponemos que su función de utilidad instantánea es dos veces diferenciable. La siguiente definición introduce el concepto de coeficiente de aversión al riesgo.

Definición 12 *Un agente A es más averso que un consumidor B (con preferencias $\succeq_A$ y $\succeq_B$ respectivamente) si para toda p:*

$$x_p^A \leq x_p^B$$

Proposición 8 *Un agente A es más averso que un consumidor B si y sólo si:*

$$-\frac{u_A''(x)}{u_A'(x)} \geq -\frac{u_B''(x)}{u_B'(x)}$$

La cantidad $-\frac{u_A''(x)}{u_A'(x)}$ la llamamos el coeficiente de aversión al riesgo (absoluto) de Arrow y Pratt en x y lo denotamos por $\sigma_A(x) = -\frac{u_A''(x)}{u_A'(x)}$.

Prueba. Vamos a demostrar únicamente que si para todo x, $\sigma_A(x) \geq \sigma_B(x)$ entonces A es más averso al riesgo que B.

Sean u y v las funciones de utilidad instantáneas de cada consumidor. Supongamos que son estrictamente crecientes y definamos la función $h = u(v^{-1})$. Es fácil demostrar que h es estrictamente creciente y, si $\sigma_A(x) \geq \sigma_B(x)$, entonces h es cóncava. Ahora:

$$\begin{aligned} u(x_p^A) &= E_{\delta_{x_p^A}}[u] = E_p[u] = E_p[h(v)] \\ &\leq h(E_p[v]) = h(E_{\delta_{x_p^B}}[v]) \\ &= h(v(x_p^B)) = u(x_p^B) \end{aligned}$$

luego $x_p^A \leq x_p^B$. ■

- Obsérvese que esta es una medida de la concavidad de la función de utilidad (instantánea).
- La medida de aversión al riesgo e Arrow y Pratt es un invariante de las preferencias debido a la unicidad (excepto por transformaciones afines) de la representación en forma de utilidad esperada.
- Dedicamos el resto de esta sección a dos aplicaciones muy importantes: la demanda por seguros y la selección de portafolios financieros.

8.2. Aplicación: Selección óptima de portafolio

Vamos a introducir muy brevemente el problema de selección óptima de portafolio cuando los agentes sólo tienen preferencias por el valor esperado y volatilidad de un portafolio. Este es el análisis clásico de Markowitz de media - varianza por el cual obtuvo el premio nobel en 1990.

- Sea $X = R$ y $P(X)$ el conjunto de todas las distribuciones de probabilidad discretas sobre X con con soporte finito.
- Supongamos que la utilidad instantánea del agente es: $u(x) = x - \frac{a}{2}x^2$ para $x \in \left[0, \frac{1}{a}\right]$.
- Vamos a considerar el caso más simple en el que solo existen dos activos para invertir. Denotamos los retornos de estos dos activos por r_1 y r_2 (que suponemos sólo pueden tomar un número finito de valores diferentes) y denotamos por p la distribución conjunta r_1 y r_2. Sea μ_1 y μ_2 el retorno esperado de cada uno de los activos y Σ la matriz de varianza covarianza.[7]

[7] Más adelante vamos a ver que lo único que realmente necesitamos conocer para plantear el problema formalmente son los retornos esperados y la matriz de varianza covarianza. La teoría estadística permite estimar la distribución conjunta de los dos retornos de donde se pueden estimar los retornos esperados y matriz de varianza covarianza. Alternativamente, y bajo ciertas hipótesis, se puede estimar directamente los retornos esperados y la matriz de varianza covarianza con base en los datos observados.

- Sea $B(r_1, r_2) = \{p \in P(X) : p \sim r = \alpha r_1 + (1-\alpha) r_2,\ \alpha \in R\}$. Es decir, $B(r_1, r_2)$ consiste de las distribuciones de probabilidad de todos los portafolios que se pueden construir a partir de los activos r_1 y r_2 en donde α es la proporción del ingreso que se invierte en el primer activo y $1-\alpha$ en el segundo. Obsérvese que se permiten ventas al descubierto (*short selling*).
- El problema de selección óptima de portafolio es:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{x \in X} p(x)(x - \frac{ax^2}{2}) \\ & s.a \\ p \quad \in \quad & B(r_1, r_2) \end{aligned}$$

- Obsérvese que la función objetivo implica que el agente sólo le importa la media y la varianza del portafolio p: la función objetivo se puede expresar como $\mu_p - \frac{a}{2}\mu_p^2 - \frac{a}{2}\sigma_p^2$, donde μ_p es el valor esperado y σ_p^2 es la varianza, respectivamente, de p.

Ejercicio 19 *Grafique en un plano $\sigma - \mu$ las curvas de indiferencia del inversionista.*

- Ahora, si calculamos el retorno esperado y la media y varianza de todos los elementos de $B(r_1, r_2)$ estos se pueden representar en el plano $\sigma - \mu$ y, usualmente (dependiendo de la correlación entre los dos activos), se obtiene una hipérbola.

Ejercicio 20 *Grafique en un plano $\sigma - \mu$ el conjunto de portafolios factibles $(B(r_1, r_2))$.*

Ejercicio 21 *Demuestre que el retorno esperado de cualquier portafolio de la forma $r = \alpha r_1 + (1-\alpha) r_2$ es:*

$$\begin{bmatrix} \alpha & 1-\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}$$

y que su varianza es:

$$\begin{bmatrix} \alpha & 1-\alpha \end{bmatrix} \Sigma \begin{bmatrix} \alpha \\ 1-\alpha \end{bmatrix}.$$

Finalmente muestre que en el plano $\sigma - \mu$ los elementos de $B(r_1, r_2)$ se pueden representar como en la figuras descritas arriba.

Ejercicio 22 *Considere dos activos con las siguientes distribuciones de probabilidad (marginales):*

Probabilidad	r_1	r_2
0,4	−10 %	20 %
0,2	0 %	20 %
0,4	20 %	10 %

matriz de varianza covarianza:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 0{,}0184 & -0{,}96309 \\ -0{,}96309 & 0{,}0024 \end{bmatrix}$$

y supongamos que $u(x) = x - \frac{0{,}1x^2}{2}$.

1. *Dibujar las curvas de indiferencia del inversionista y el conjunto de portafolios factibles en el plano* $\sigma - \mu$.

2. *¿Existe una solución al problema del inversionista? Si sí existe, calcular el portafolio óptimo del inversionista.*

Ejercicio 23 *Supongamos que no se permiten ventas al descubierto. Es decir* $B(r_1, r_2) = \{p \in P(X) : p \sim r = \alpha r_1 + (1-\alpha) r_2,\ \alpha \in [0,1]\}$. *Demostrar que la varianza de cualquier portafolio en* $B(p_1, p_2)$ *es menor o igual a la varianza de cualquier portafolio consistente de un solo activo. Ayuda: distinguir entre dos casos que son completamente análogos. Suponga que la varianza de una activo es menor o igual que la varianza del otro.*