Fundamentos Causalidad: Un Tour en Helicóptero

Alvaro J. Riascos Villegas

Junio de 2022

Contenido

- Muchas preguntas que frecuentemente nos hacemos de un conjunto de datos: cómo (el mecanismo que causa un evento) y por qué (qué sucedió, qué causo un evento), no es posible responderlas en el marco estadístico tradicional.
- Es necesario un marco conceptual adicional, una teoría de la causalidad.

Estadística y Modelos Causales

- Queremos poder hacer inferencia causal a partir de datos observacionales (no solamente de experimentos).
- Correlación no implica causalidad.
- Tres aproximaciones:
    1. Modelos gráficos.
    2. Modelo de resultados potenciales.
    3. Controles sintéticos.

Contenido

Jerarquía Causal

- Asociación (ver): correlaciones.
- Intervenciones (hacer): qué pasaría a nivel poblacional si subimos el salario mínimo.
- Contrafactuales (imaginar): qué hubiese pasado a nivel individual si a un paciente se le hubiera dado invermectina, dado que no se le dio.

Contenido

Ejemplos

1. Crimen y consumo de helados.
2. Precios y ocupación hotelera.
3. Consumo de chocolate y premios Nobel.
4. Vías terciarias y luminosidad (causalidad?).

Ejemplos

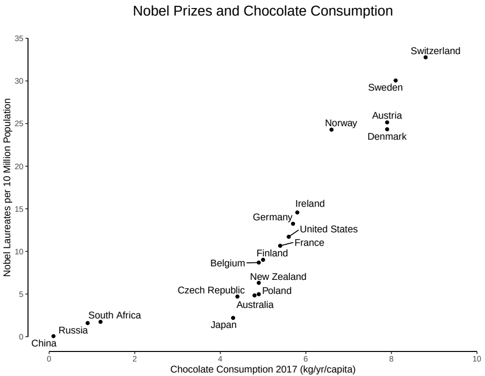

Figure 1. Shows the relationship between chocolate consumption and the number of Nobel Laureates per country.

Asociación Condicional y No Condicional

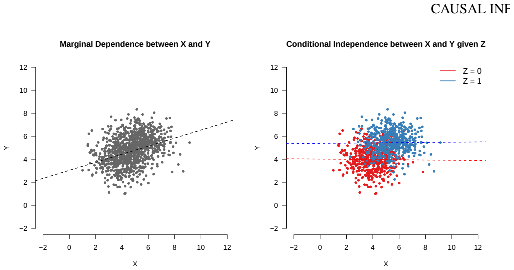

Figure 2. Left: Shows marginal dependence between X and Y. Right: Shows conditional independence between X and Y given Z.

- Marginal porque se promedia sobre Z.
- Y crimen, X consumo de helado, Z verano o invierno.
- Se puede incluso revesar la asociación en las subpoblaciones (e.g., Paradoja de Simpson)

Principio Causa Común

Theorem (Reichenbach (1956))

Si dos variables aleatorias X, Y son estadísticamente dependientes $(X \not\perp\!\!\!\perp Y)$ entonces X causa a Y o Y causa a X o existe una variable aleatoria Z que causa X, Y y las hace independientes una vez se condiciona en Z $(X \perp\!\!\!\perp Y \mid Z)$

DAGs: Representacion de Dependencias Marginales y Condicionales

- Un camino (no dirigido) representa dependencia marginal entre las variables.
- Las dependencias condicionales dependen de las variables que se usen para condicionar y como esto afecta los caminos dirigidos.

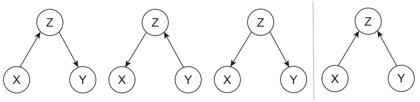

Figure 3. The first three DAGs encode the same conditional independence structure, $X \perp\!\!\!\perp Y \mid Z$. In the fourth DAG, Z is a collider such that $X \not\!\perp\!\!\!\perp Y \mid Z$.

- Los tres primeros modelos gráficos representan $X \perp\!\!\!\perp Y \mid Z$.
- El último modelo gráfico representa $X \not\!\perp\!\!\!\perp Y \mid Z$ (i.e., collider).

DAGs: Representacion de Dependencias Marginales y Condicionales

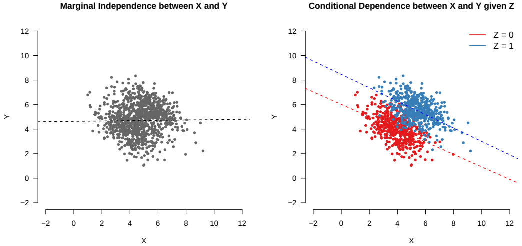

Figure 4. Left: Shows marginal independence between X and Y. Right: Shows conditional dependence between X and Y given Z

Figura: Colisionador

- $Z = X + Y$, $(X \perp\!\!\!\perp Y)$.

d-separación

- Un colisionador a lo largo de un camino bloquea el camino.
- Sea $\mathcal{L}$ un conjunto de nodos (posiblemente vacio) si condicionamos a $\mathcal{L}$:
  1. Si $\mathcal{L}$ no tiene un colisionador, entonces se bloquea el camino.
  2. S $\mathcal{L}$ tiene un colisionador en el camino o descendiente, se desbloquea el camino.

Definition (d-separación)

Dos nodos X, Y están d-separados por $\mathcal{L}$ si condicionando a $\mathcal{L}$ se bloquean todos los caminos entre X y Y (i.e., X, Y son codicionalmente independientes: $X \perp\!\!\!\perp Y \mid \mathcal{L}$)

DAGs: d-separación

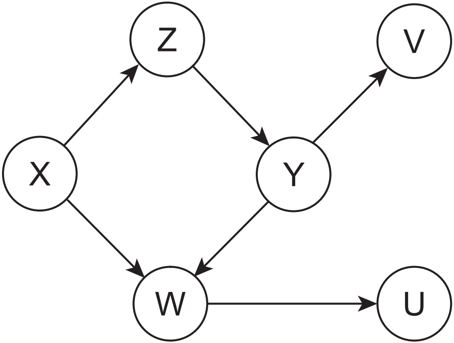

Figure 5. DAG to practice *d*-separation on, see main text.

Ejemplos: $X \perp\!\!\!\perp Y \mid Z$ (i.e., X y Y están Z separados), $X \not\!\perp\!\!\!\perp Y \mid W$, $X \not\!\perp\!\!\!\perp Y \mid \{Z, W\}$.

DAGs: Independencia Condicional en Grafos y Probabilística

- Hasta ahora hemos descrito la noción de independencia condicional en grafos.
- Esta se caracteriza con el concepto de d-separación.
- Para usarlo como modelo probabilístico suponemos que: independencia condicional en grafos $\rightarrow$ independencia condicional probabilística.

Contenido

Introducción

- Hasta este punto los DAGs representan independencias (dependencias) condicionales entre variables.
- Ahora suponemos que la dirección de los enlaces representa causalidades directas.
- Por ahora no nos vamos a preguntar como se obtuvo el DAG (usando modelos estadísticos o modelos estructurales causales).
- Un intervención es fijar $X = x$ (para todas las unidades) y lo denotamos por $do(X = x)$.
- Graficamente se eliminan todos los enlaces que apuntan a X
- En general vamos a decir que X causa a Y si al fijar $X = x$ (i.e., Y condicional a $do(X = x)$), Y y X son marginalmente dependientes (i.e., en el grafo manipulado).

DAGs de Intervenciones

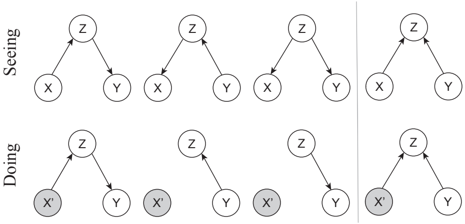

Figure 6. *Seeing*: DAGs are used to encode conditional independencies. The first three DAGs encode the same associations. *Doing*: DAGs are causal. All of them encode distinct causal assumptions.

- Los primeros tres DAGs (panel superios) revelan la misma estructura de dependencias. Imposible diferenciar entre ellos con datos observacionales.
- Interpretados de formal causal estos tres DAGs representan formas de causalidad muy distintas.
- Los DAGs implícitamente suponen que no hay variables confounding (i.e., variables omitidas).

DAGs de Intervenciones: Observaciones

- Una intervención es distinto a condiconar.
- En el primer caso se fija $X = x$ (todas las observaciones o la población) y nos preguntamos que pasa con la distribución de Y
- En el segundo caso miramos la parte de los datos (o población) que tiene $X = x$ y nos preguntamos como es la distribucion de Y condicional a X.
- La primera es una pregunta que no se resuelve con análisis estadístico. Necesita hipótesis adicionales:
  1. Los enlaces dirigidos representan causalidades directas.
  2. Una intervencion tiene un efecto local al bloquear todos los efectos de las demás variables a través de X.
- La segunda es pura estadística.
- Los DAGs son simplemente una forma de representar esas hipótesis adicionales.

Ejemplo: Helados y Crimen

- Considere la representación gráfica:

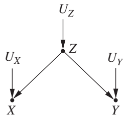

Figure 3.1 A graphical model representing the relationship between temperature (Z), ice cream sales (X), and crime rates (Y)

- Este gráfico refleja la relación probabilística entre las variables aleatorias.
- Condicionar a una variable es observar las demás solo cuando esa esta fija en cierto valor. No cambia el gráfico (i.e. cambiar la perspectiva para observar el mundo).

Ejemplo: Helados y Crimen

- Considere la representación gráfica:

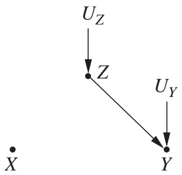

Figure 3.2 A graphical model representing an intervention on the model in Figure 3.1 that lowers ice cream sales

- Intervenir X consiste en fijar su valor independiente de todo lo que pueda afectarla. Cambia el gráfico (cambia el mundo).
- De este nuevo gráfico se deduce que intervenir X no tiene ningún efecto sobre Y.

Preliminares

Example (Reversión de resultados en subpoblaciones)

Table 1
Dr. Hibert outperforms Dr. Nick both in surgery and band-aid, yet his overall performance is worse.

	Dr. Hibert		Dr. Nick	
	Surgery	Band-Aid	Surgery	Band-Aid
Successes	70	10	2	81
Failures	20	0	8	9
Success Rate	77.8%	100%	20%	90%
Overall Success Rate	80%		83%	

- Ser exitoso en la cirugias es más difícil lo que afecta el resultado global del Dr. Hibert.

Paradoja de Simpson

Example

Se les ofrece tomar de forma voluntaria una droga a 700 pacientes. 350 pacientes la toman y los demás no.

Table 1.1 Results of a study into a new drug, with gender being taken into account

	Drug	No drug
Men	81 out of 87 recovered (93%)	234 out of 270 recovered (87%)
Women	192 out of 263 recovered (73%)	55 out of 80 recovered (69%)
Combined data	273 out of 350 recovered (78%)	289 out of 350 recovered (83%)

Debemos o no recomendar la droga? La explicación anterior no ofrece una respuesta.

Los datos sugieren que **si conocemos el sexo de las personas, debemos recomendar tomar la droga**. Pero si no lo conocemos, no!

Paradoja de Simpson

Example

Se les ofrece tomar de forma voluntaria una droga a 700 pacientes. 350 pacientes la toman y los demás no.

Table 1.1 Results of a study into a new drug, with gender being taken into account

	Drug	No drug
Men	81 out of 87 recovered (93%)	234 out of 270 recovered (87%)
Women	192 out of 263 recovered (73%)	55 out of 80 recovered (69%)
Combined data	273 out of 350 recovered (78%)	289 out of 350 recovered (83%)

Debemos o no recomendar la droga? La explicación anterior no ofrece una respuesta.
Los datos sugieren que **si conocemos el sexo de las personas, debemos recomendar tomar la droga**. Pero si no lo conocemos, no!

Paradoja de Simpson

- En esta ejemplo tenemos 343 mujeres y 357 hombres.
- Es imposible racionalizar este fenómeno sin apelar a alguna teoría (i.e., hipótesis):
  Suponga que el estrógeno reduce la efectividad de la droga.
  Sin embargo, supongamos que esta es efectiva tanto en hombres como mujeres.

Paradoja de Simpson

- Para evaluar el efecto de la droga sobre la población quisieramos eveluar que sucede con la población si todos toman la droga y compararla contra el resultado en el que nadie en la población toma la droga,
- Evidentemente esto no es lo que observamos en el experimento.
- Podríamos estimar ingenuamente el efecto si elegimos aleatoriamente una persona que tomo la droga y la comparamos contra una persona elegida aleatoriamente que no tomo la droga y repetimos varias veces esto y promediamos.
- Como es más probable elegir una mujer en el primer caso (i.e., son más mujeres las que toman la droga) y un hombre en el segundo caso, parece a nivel poblacional que la droga no funciona.
- Sin embargo esta forma de estimar el efecto poblaciónal esta fundamentalmente errada.

Cómo calcular el efecto de intervenciones

- Hipótesis:
  1. Los enlaces dirigidos representan causalidades directas.
  2. Las intervenciones son locales y una intervención bloquea todos los enlaces indirectos (entrantes) que pasan por X.
- Estas dos hipótesis sugieren que: $p(Y \mid do(X = x)) = p_m(Y \mid X = x)$. Es decir una vez se hace la intervención el efecto se puede observar en el grafo manipulado.

Ejemplo: Helados y Crimen

- Considere la representación gráfica:

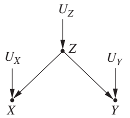

Figure 3.1 A graphical model representing the relationship between temperature (Z), ice cream sales (X), and crime rates (Y)

- Este gráfico refleja la relación probabilística entre las variables aleatoria.
- Condicionar a una variable es observar las demás solo cuando esa esta fija en cierto valor. No cambia el gráfico (i.e. cambiar la perspectiva para observar el mundo).

Ejemplo: Helados y Crimen

- Considere la representación gráfica:

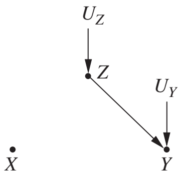

Figure 3.2 A graphical model representing an intervention on the model in Figure 3.1 that lowers ice cream sales

- Intervenir X consiste en fijar su valor independiente de todo lo que pueda afectarla. Cambia el gráfico (cambia el mundo).
- De este nuevo gráfico se deduce que intervenir X no tiene ningún efecto sobre Y.

Condicionar vs. Intervenir

- Condicionar es restringirse al estudio de los ejemplos o la parte de la población que tiene ciertas características.
- Intervenir es cambiar un valor de alguna variable para todo los ejemplos o población (i.e., una manipulación de la dependencia entre las variables).
- Para representar una condicional y diferenciarla de una intervención usamos la siguiente notación: $P(Y \mid X = x)$ y $P(Y \mid do(X = x))$.
- Suponemos que $P(Y \mid do(X = x)) = P_m(Y \mid X = x)$ donde P_m es la distribución de probababilidad del modelo gráfico manipulado.
- En muchas ocasiones (cuando X es binaria) estamos interesados en el efecto casual promedio:

$$P(Y = y \mid do(X = 1)) - P(Y = y \mid do(X = 0)) \tag{1}$$

Cálculo de Efectos Causales

- Consideremos el caso de la Paradoja de Simpson (i.e., primera versión).

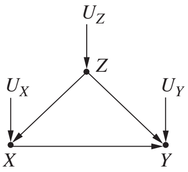

Figure 3.3 A graphical model representing the effects of a new drug, with Z representing gender, X standing for drug usage, and Y standing for recovery

- Si intervenimos $X = x$ se obtiene el nuevo diagrama.

Cálculo de Efectos Causales

- Intervención $X = x$.

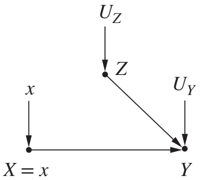

Figure 3.4 A modified graphical model representing an intervention on the model in Figure 3.3 that sets drug usage in the population, and results in the manipulated probability P_m

- Si suponemos que no existen efectos secundarios de la intervención sobre otras variables, $P_m(Y = y \mid Z = z, X = x) = P(Y = y \mid Z = z, X = x)$ y $P_m(Z = z) = P(Z = z)$ entonces podemos calcular el efecto causal $P(Y = y \mid do(X = x))$.

Cálculo de Efectos Causales

- $P(Y = y \mid do(X = x)) = P_m(Y = y \mid X = x)$ por definición.

$$
\begin{aligned}
P_m(Y = y \mid X = x) = && (2)\\
\sum_z P_m(Y = y \mid X = x, Z = z) P_m(Z = z \mid X = x) && (3)\\
= \sum_z P_m(Y = y \mid X = x, Z = z) P_m(Z = z) && (4)\\
= \sum_z P(Y = y \mid X = x, Z = z) P(Z = z) && (5)
\end{aligned}
$$

- Esto se conoce como el ajuste por Z.

Cálculo de Efectos Causales

Example (Paradoja de Simpson I)

Sea $X = 1$ tomar la droga, $Y = 1$ recuperarse y $Z = 1$ ser hombre. Utiliando la tabla de frecuencias observadas:

$$P(Y = 1 \mid do(X = 1)) = 0{,}832 \tag{6}$$

$$P(Y = 1 \mid do(X = 0)) = 0{,}7818 \tag{7}$$

Luego $P(Y = 1 \mid do(X = 1)) - P(Y = 1 \mid do(X = 0)) = 0{,}0502$. Esto lo podemos intepretar como la diferencia en la fracción de las personas que se recuperan si todos toman la droga menos la fracción de los que se recuperan si nadie toma la droga.

- Obsérvese que de haberse conducido un experimento aleatorio controlado para conocer el efecto de la droga, el diagrama resultante sería como el diagrama intervenido.

Example (Paradoja de Simpson II)

En este caso una intervención no cambia el grafo (i.e., el grafo tendría la misma forma que si se hubiera hecho un experimento aleatorio controlado).

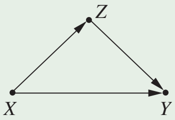

Figure 3.5 A graphical model representing the effects of a new drug, with X representing drug usage, Y representing recovery, and Z representing blood pressure (measured at the end of the study). Exogenous variables are not shown in the graph, implying that they are mutually independent

Como el grafo no cambia:
$P(Y = y \mid do(X = x)) = P_m(Y = y \mid X = x) = P(Y = y \mid X = x)$, lo cual explica que se use las frecuencias codicionales (el efecto agregado observado).

Varibles codeterminadas (confunded) y Criterio de la puerta trasera

- Decimos que X y Y están codeterminadas si $p(Y \mid do(X = x)) \neq P(Y \mid X = x)$.
- Por ejemplo: en la dos figuras del centro de la figura 13.
- El sesgo por colisionador es un caso particular.
- Usamos el criterio de puerta cerrada para determinar cuando hay codeterminación en un DAG.
- Este criterio no agota toda las posibilidades.